



ΠΑΝΤΕΙΟ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΚΟΙΝΩΝΙΚΩΝ ΚΑΙ ΠΟΛΙΤΙΚΩΝ  
ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ  
ΤΜΗΜΑ ΔΗΜΟΣΙΑΣ ΔΙΟΙΚΗΣΗΣ  
ΠΡΟΓΡΑΜΜΑ ΜΕΤΑΠΤΥΧΙΑΚΩΝ ΣΠΟΥΔΩΝ ΣΤΗΝ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΗ  
ΕΠΙΣΤΗΜΗ

## **ΔΙΠΛΩΜΑΤΙΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

ΕΠΙΒΛΕΠΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ: ΜΑΡΙΟΛΗΣ ΘΕΟΔΩΡΟΣ  
ΑΝΑΠΛΗΡΩΤΗΣ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ ΠΟΛΙΤΙΚΗΣ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ

# **ΕΠΙΠΤΩΣΕΙΣ ΜΕΤΑΒΟΛΩΝ ΤΩΝ ΤΟΜΕΑΚΩΝ ΣΥΝΟΛΙΚΩΝ ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΤΗΤΩΝ ΣΤΙΣ ΣΧΕΤΙΚΕΣ ΤΙΜΕΣ ΤΩΝ ΕΜΠΟΡΕΥΜΑΤΩΝ**

Μία ανάλυση βάσει των Πινάκων Εισροών – Εκροών της  
Γερμανικής Οικονομίας για το έτος 2002

ΑΝΤΩΝΙΑ ΧΡΙΣΤΟΔΟΥΛΑΚΗ

ΑΘΗΝΑ  
ΦΕΒΡΟΥΑΡΙΟΣ 2010



## ΕΥΧΑΡΙΣΤΙΕΣ

Σα βγεις στον πηγαιμό για την Ιθάκη,  
να εύχεται να' ναι μακρύς ο δρόμος,  
γεμάτος περιπέτειες, γεμάτος γνώσεις.

.....

Πάντα στον νου σου να' χεις την Ιθάκη.  
Το φθάσιμον εκεί είν' ο προορισμός σου.

.....

ΙΘΑΚΗ, Κ.Π. ΚΑΒΑΦΗΣ

Φτάνοντας στο τέλος της διπλωματικής μου εργασίας συνειδητοποίησα πόσο δημιουργική και συνάμα δύσκολη ήταν η διαδρομή που μόλις ολοκληρώνεται. Προσδίδει ιδιαίτερη ικανοποίηση να ολοκληρώνεις το έργο σου και αυτό που πρωτύτερα φάνταζε ακατόρθωτο, να είναι τελικά εφικτό.

Δεν θα μπορούσαν βέβαια να λείπουν από μία διπλωματική εργασία οι δημιουργικές συζητήσεις, οι υποδείξεις, η καθοδήγηση και η επίβλεψη.

Στο σημείο αυτό θα ήθελα να ευχαριστήσω τον επιβλέποντα καθηγητή κ. Θεόδωρο Μαριόλη, Αναπληρωτή Καθηγητή στο τμήμα Δημόσιας Διοίκησης στο Πάντειο Πανεπιστήμιο, για την αμέριστη εμπιστοσύνη που μου επέδειξε και γιατί στάθηκε η αφορμή να ασχοληθώ με τον χώρο των Στραφαιϊανών Οικονομικών. Με ενέπνευσε, στήριξε, καθοδήγησε και ενθάρρυνε.

Ευχαριστώ επίσης τον υποψήφιο διδάκτορα Νικόλαο Ροδουσάκη για την ουσιαστική συνεργασία που είχαμε, για τον χρόνο που αφιέρωσε στην διεκπεραίωση των ερωτήσεών μου, για την ιδιαίτερα σημαντική βοήθειά του και για το εν γένει ενδιαφέρον που εξεδήλωσε.

Επίσης, θα ήθελα να ευχαριστήσω θερμά τον υποψήφιο διδάκτορα Γεώργιο Σώκλη για την καθοριστική του συμβολή στην αναζήτηση και συλλογή των εμπειρικών δεδομένων της εφαρμογής.

Ευχαριστώ ακόμη τους συμφοιτητές μου για την αγαστή συνεργασία μας.

Αφήνω το τέλος για να ευχαριστήσω ιδιαιτέρως την οικογένειά μου, τον ακούραστο θεωρητικό συνεργάτη για την παρότρυνση, την κατανόηση, την συμπαράσταση και την ψυχολογική υποστήριξη που έδειξε καθ' όλη την διάρκεια αυτής της εργασίας.

Φεβρουάριος 2010

Αντωνία Χριστοδουλάκη

## ΠΕΡΙΛΗΨΗ

Στα πλαίσια της παρούσης εργασίας δείχνουμε πώς μπορεί να διερευνηθεί η σχέση ανάμεσα στις μεταβολές των τομεακών συνολικών παραγωγικοτήτων και στις επακόλουθες μεταβολές των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων, βάσει εμπειρικού συμμετρικού πίνακα εισροών - εκροών (*symmetric input – output table – SIOT*). Συγκεκριμένα χρησιμοποιούμε τον πίνακα εισροών – εκροών της Γερμανικής οικονομίας για το έτος 2002 και μελετάμε τον τρόπο με τον οποίο καθορίζεται η κίνηση των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων. Η θεωρητική ανάλυση δείχνει ότι σ' έναν κόσμο παραγωγής εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων δεν μπορούμε *a priori* να γνωρίζουμε την σχέση ανάμεσα στις σχετικές μακροχρόνιες τιμές των εμπορευμάτων και τις τομεακές συνολικές παραγωγικότητες των συντελεστών παραγωγής.

Από τα αποτελέσματα της εφαρμογής συνάγεται ότι το προαναφερθέν συμπέρασμα δεν είναι μόνον μία θεωρητική-αφηρημένη δυνατότητα αλλά είναι απολύτως δυνατόν να ισχύει στα πλαίσια πραγματικών (*actual*) οικονομικών συστημάτων.

## ΠΕΡΙΕΧΟΜΕΝΑ

|                                                                  | Σελίδες |
|------------------------------------------------------------------|---------|
| Εισαγωγή.....                                                    | 6       |
| • Μέρος Πρώτο: Το Θεωρητικό Πλαίσιο                              |         |
| 1. Εισαγωγή.....                                                 | 8       |
| 2. Η Βασική Λογική της Επίδρασης H-B-S.....                      | 8       |
| 3. Το Βασικό Υπόδειγμα.....                                      | 10      |
| 4. Παρατηρήσεις επί του Υποδείγματος.....                        | 12      |
| 5. Συμπεράσματα.....                                             | 17      |
| • Μέρος Δεύτερο: Η Εμπειρική Ανάλυση                             |         |
| 1. Εισαγωγή.....                                                 | 19      |
| 2. Εμπειρικά Δεδομένα.....                                       | 19      |
| 2.1 Εξαγωγή της μήτρας των τεχνικών συντελεστών παραγωγής.....   | 21      |
| 2.2 Εξαγωγή του διανύσματος της άμεσης ομοιογενούς εργασίας..... | 21      |
| 3. Εφαρμογή του Υποδείγματος.....                                | 23      |
| 4. Αποτελέσματα.....                                             | 26      |
| 5. Συμπεράσματα.....                                             | 36      |
| Αναφορές.....                                                    | 38      |
| Παράρτημα.....                                                   | 39      |

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η σχέση ανάμεσα στις μεταβολές των τομεακών «συνολικών παραγωγικοτήτων των συντελεστών παραγωγής» (*total factor productivities*) και στις μεταβολές των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων κατέχει κεντρική θέση στην οικονομική επιστήμη. Χαρακτηριστικό παράδειγμα αποτελεί η λεγόμενη «επίδραση (*effect*) Harrod-Balassa-Samuelson». <sup>1</sup> Ωστόσο, σε έναν κόσμο ετερογενών κεφαλαιουχικών αγαθών ή, αλλιώς, «παραγωγής εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων» (Sraffa, 1960) δεν υφίσταται, στη γενική περίπτωση, μία αμφιμονοσήμαντη σχέση ανάμεσα στις εν λόγω μεταβολές (Mariolis, 2008). Σκοπός της παρούσης εργασίας είναι να δείξει πώς αυτή η σχέση δύναται να διερευνηθεί βάσει εμπειρικού συμμετρικού πίνακα εισροών-εκροών (*symmetric input-output table - SIOT*).

Η δομή της εργασίας έχει ως εξής: στο πρώτο μέρος γίνεται μία σύντομη περιγραφή της επίδρασης (*effect*) Harrod-Balassa-Samuelson και αναλύεται θεωρητικά το βασικό υπόδειγμα. Στο δεύτερο μέρος αυτής, εφαρμόζεται και αναλύεται εμπειρικά το υπόδειγμα. Συγκεκριμένα χρησιμοποιώντας τον συμμετρικό πίνακα εισροών – εκροών της Γερμανικής οικονομίας για το έτος 2002, υπολογίζουμε τα βασικά μεγέθη του υποδείγματος και δείχνουμε πώς μπορεί να διερευνηθεί εμπειρικά η σχέση ανάμεσα σε υποθετικές μεταβολές των τομεακών συνολικών παραγωγικοτήτων και στις επακόλουθες μεταβολές των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων, με αμετάβλητα τομεακά ποσοστά κέρδους. Η εφαρμογή του υποδείγματος μας δείχνει με ποιον ακριβώς τρόπο καθορίζεται η κίνηση των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων στα πλαίσια πραγματικών (*actual*) οικονομικών συστημάτων.

---

<sup>1</sup> Για την «επίδραση Harrod-Balassa-Samuelson» αναλυτικά, βλ. π.χ. Obstfeld and Rogoff (1998, ch. 4).

ΜΕΡΟΣ ΠΡΩΤΟ

**ΤΟ ΘΕΩΡΗΤΙΚΟ ΠΛΑΙΣΙΟ**

## 1. Εισαγωγή

Το πρώτο μέρος της εργασίας ξεκινάει παρουσιάζοντας την βασική λογική της λεγόμενης «επίδρασης (*effect*) Harrod – Balassa – Samuelson» και συνεχίζει παρουσιάζοντας και αναλύοντας το βασικό θεωρητικό υπόδειγμα, το οποίο τελικά θα διερευνηθεί εμπειρικά<sup>2</sup>.

## 2. Η Βασική Λογική της Επίδρασης H-B-S

Έστω διεθνές σύστημα δύο οικονομιών (Ημεδαπή - Αλλοδαπή) και δύο εμπορευμάτων, το οποίο χαρακτηρίζεται από την ύπαρξη ελεύθερου διεθνούς εμπορίου. Υποθέτουμε ότι (i) τα αγαθά διακρίνονται σε διεθνώς μη εμπορεύσιμο (αγαθό 1) και διεθνώς εμπορεύσιμο (αγαθό 2), (ii) η συνολική παραγωγικότητα των συντελεστών παραγωγής εμφανίζει υψηλότερο ρυθμό αύξησης στον τομέα 2 από ό, τι στον τομέα 1, και (iii) τα γενικά επίπεδα τιμών στις δύο οικονομίες δύνανται να εκφραστούν ως εξής:

$$I = p_1^a p_2^{1-a} \quad (1)$$

$$I^* = (p_1^*)^a (p_2^*)^{1-a} \quad (2)$$

όπου  $0 < a < 1$  και ο αστερίσκος αφορά στην Αλλοδαπή. Συνεπώς, για την πραγματική συναλλαγματική ισοτιμία,  $q$ , μπορούμε να γράψουμε

$$q = EI^* / I = (E p_2^* / p_2) [(p_1^* / p_2^*) / (p_1 / p_2)]^{1-a} \quad (3)$$

όπου  $E$  η ονομαστική συναλλαγματική ισοτιμία. Εάν δεχθούμε την ισχύ του «νόμου της μίας τιμής» (είτε στην ισχυρή ή στην ασθενή του μορφή), ήτοι  $\hat{E} + \hat{p}_2^* - \hat{p}_2 = 0$ , όπου το  $\hat{x} \equiv dx/x$  υποδηλώνει τον ποσοστιαίο ρυθμό μεταβολής μίας μεταβλητής  $x$ , τότε

$$\hat{q} = (1-a)(\hat{p}^* - \hat{p}) \quad (4)$$

όπου  $p^* \equiv p_1^* / p_2^*$ ,  $p \equiv p_1 / p_2$  οι σχετικές τιμές των αγαθών στις δύο χώρες. Από την (4) έπεται ότι κάθε απόκλιση από τη «Θεωρία της Ισοτιμίας των Αγοραστικών Δυνάμεων», που θα πει  $\hat{q} \neq 0$ , ανάγεται στην  $\hat{p}^* - \hat{p} \neq 0$ .

Εάν υποθεθεί ότι η εργασία αποτελεί το μοναδικό συντελεστή παραγωγής, οπότε οι τιμές διαμορφώνονται σύμφωνα με τις σχέσεις

$$p_j = w(1/b_j) \quad (5)$$

---

<sup>2</sup> Τα παρόντα βασίζονται πλήρως στα Mariolis, T. (2008) και Μαριόλης, Θ. (2008)



$$p_j^* = w^* (1/b_j^*) \quad (6)$$

όπου  $j=1,2$  και τα  $b$  συμβολίζουν τις παραγωγικότητες της εργασίας, τότε μπορούμε να γράψουμε:

$$\hat{p} = \hat{b}_2 - \hat{b}_1, \hat{p}^* = \hat{b}_2^* - \hat{b}_1^* \quad (7)$$

και, άρα,

$$\hat{p}^* - \hat{p} = (\hat{b}_2^* - \hat{b}_2) - (\hat{b}_1^* - \hat{b}_1) \quad (7a)$$

**Επίδραση H-B-S** : Εάν το πλεονέκτημα παραγωγικότητας της Ημεδαπής έναντι της Αλλοδαπής είναι πιο έντονο στο εμπορεύσιμο αγαθό απ' ότι στο μη εμπορεύσιμο, δηλαδή

$$b_1 > b_1^*, b_2 > b_2^*, \hat{b}_2 - \hat{b}_2^* > \hat{b}_1 - \hat{b}_1^* \quad (8)$$

τότε ο ρυθμός αύξησης της σχετική τιμής των μη εμπορεύσιμων στην Ημεδαπή αγαθών υπερβαίνει αυτόν της Αλλοδαπής. Κατά συνέπεια, το σε κοινό νόμισμα εκφρασμένο γενικό επίπεδο τιμών της «πλούσιας» χώρας μεταβάλλεται με υψηλότερο ρυθμό από αυτόν της «φτωχής» και, έτσι, το νόμισμα της ημεδαπής ανατιμάται σε πραγματικούς όρους, ήτοι  $\hat{q} < 0$ .

### 3. Το Βασικό Υπόδειγμα

Οι κύριες υποθέσεις του υποδείγματος είναι οι εξής:

- i. Θεωρούμε ένα γραμμικό, κερδοφόρο σύστημα απλής παραγωγής, χωρίς πάγιο κεφάλαιο.
- ii. Η εργασία είναι ομοιογενής.
- iii. Το ποσοστό κέρδους δεν είναι διατομεακά ενιαίο.
- iv. Οι μισθοί καταβάλλονται εξολοκλήρου στο τέλος της ενιαίας περιόδου παραγωγής.

Βάσει αυτών το σύστημα των τιμών γράφεται:

$$\mathbf{p}^T = (\mathbf{p}^T \mathbf{A}[\mathbf{I} + \langle \mathbf{r} \rangle] + w\mathbf{I}^T) \langle \mathbf{b} \rangle^{-1} \quad (1)$$

όπου  $\mathbf{p} (> \mathbf{0})$  είναι το διάνυσμα των τιμών των εμπορευμάτων (ο συμβολισμός  $\mathbf{p}^T$  δείχνει ότι το διάνυσμα τιμών είναι διάνυσμα γραμμής),  $\mathbf{A}$  η μήτρα των τεχνικών συντελεστών,  $\mathbf{I}$  η μοναδιαία μήτρα,  $\langle \mathbf{r} \rangle$  η διαγώνια μήτρα των τομεακών ποσοστών κέρδους,  $r_j \geq 0$ ,  $w (> 0)$  το χρηματικό ωρομίσθιο,  $\mathbf{I} (> \mathbf{0})$  το διάνυσμα των εισροών σε άμεση, ομοιογενή εργασία ανά μονάδα παραγόμενου εμπορεύματος, και  $\langle \mathbf{b} \rangle$  η διαγώνια μήτρα των δεικτών των τομεακών συνολικών παραγωγικοτήτων των συντελεστών παραγωγής, η οποία ταυτίζεται με τη μοναδιαία μήτρα, ήτοι  $\langle \mathbf{b} \rangle = \mathbf{I}$ .<sup>3</sup>

Τώρα, υποθέτουμε τα εξής:

- i. τα ποσοστά κέρδους είναι αμετάβλητα και
- ii. λαμβάνουν χώρα αυξήσεις των δεικτών των συνολικών παραγωγικοτήτων.

Εάν συμβολίσουμε με  $\hat{y} \equiv dy/y$  τον ποσοστιαίο ρυθμό μεταβολής μίας μεταβλητής  $y$ , τότε διαφορίζοντας την (1) λαμβάνουμε:

$$\hat{\mathbf{p}}^T = \hat{\mathbf{p}}^T \Theta_K + \hat{w}\theta_L - \hat{\mathbf{b}}$$

ή, λύνοντας ως προς  $\hat{\mathbf{p}}^T$ ,

$$\hat{\mathbf{p}}^T = \hat{w}\theta_L[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} - \hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} \quad (2)$$

όπου  $\hat{\mathbf{p}}^T \equiv [\hat{p}_1, \hat{p}_2, \dots, \hat{p}_n]$  είναι το διάνυσμα των ποσοστιαίων ρυθμών μεταβολής των τιμών των εμπορευμάτων,  $\Theta_K \equiv [\theta_{ij}]$ ,  $\theta_{ij} \equiv [p_i a_{ij}(1+r_j)]/p_j$ , η μήτρα των μεριδίων

<sup>3</sup> Αν υποθέσουμε ότι οι μισθοί καταβάλλονται εξολοκλήρου στην αρχή της περιόδου παραγωγής και ότι οι συνολικές παραγωγικότητες είναι αμετάβλητες, το σύστημα (1) γίνεται

$$\mathbf{p}^T = (\mathbf{p}^T \mathbf{A} + w\mathbf{I}^T)[\mathbf{I} + \langle \mathbf{r} \rangle] \langle \mathbf{b} \rangle^{-1}$$

των κεφαλαιουχικών αγαθών στην τιμή του εμπορεύματος  $j$ ,  $\boldsymbol{\theta}_L \equiv [\theta_{Lj}]$ ,  $\theta_{Lj} \equiv (wl_j)/p_j$ , το διάνυσμα των μεριδίων της εργασίας στην τιμή του εμπορεύματος  $j$ , και  $\hat{\mathbf{b}}^T \equiv [\hat{b}_1, \hat{b}_2, \dots, \hat{b}_n]$  το διάνυσμα των ποσοστιαίων ρυθμών μεταβολής των συνολικών παραγωγικοτήτων.<sup>4</sup>

Δεδομένου ότι ισχύει, εξορισμού,

$$\mathbf{e}^T = \mathbf{e}^T \boldsymbol{\Theta}_K + \boldsymbol{\theta}_L$$

ή

$$\mathbf{e}^T = \boldsymbol{\theta}_L [\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]^{-1} \quad (3)$$

όπου  $\mathbf{e}^T \equiv [1, 1, \dots, 1]$ , η (2) γράφεται

$$\hat{\mathbf{p}}^T = \hat{w} \mathbf{e}^T - \hat{\mathbf{b}} [\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]^{-1} \quad (4)$$

ή

$$\hat{\mathbf{p}}^T - \hat{w} \mathbf{e}^T = -\hat{\mathbf{b}} [\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]^{-1} \quad (5)$$

Ουσιαστικά μέσα από αυτή την διαδικασία μας δίνεται η δυνατότητα να προσδιορίσουμε τη διαφορά ανάμεσα στους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής τιμών δύο, οποιωνδήποτε, εμπορευμάτων, το οποίο είναι ένα από τα ζητούμενα.

Μέσα λοιπόν από τις προηγούμενες σχέσεις και έχοντας ως στόχο να υπολογίσουμε την προαναφερόμενη διαφορά, προκύπτει ότι

$$\hat{p}_i - \hat{p}_j = -D \hat{\mathbf{b}} \text{adj}[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K] (\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j) \quad (6)$$

όπου  $\mathbf{e}_i$  ( $\mathbf{e}_j$ ) είναι διάνυσμα του οποίου η συνιστώσα  $i$  ( $j$ ) ισούται με 1 και όλες οι υπόλοιπες ισούνται με 0, το  $D (> 0)$  παριστά το αντίστροφο της ορίζουσας της μήτρας  $[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]$ , ήτοι  $D \equiv 1/\det[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]$ , και το  $\text{adj}[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K] (> 0)$  παριστά τη «συμπληρωματική» (*adjoint*) μήτρα της  $[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]$ .

<sup>4</sup> Από το σύστημα (1) έπεται ότι η Perron-Frobenius (P-F εφεξής) ιδιοτιμή της μήτρας  $\mathbf{C} \equiv \mathbf{A}[\mathbf{I} + \langle \mathbf{r} \rangle]$  είναι μικρότερη της μονάδας. Περαιτέρω, οι μήτρες  $\mathbf{C}$  και  $\boldsymbol{\Theta}_K$  είναι όμοιες (*similar*), ήτοι  $\boldsymbol{\Theta}_K = \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{C} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1}$ , όπου  $\langle \mathbf{p} \rangle$  διαγώνια μήτρα που σχηματίζεται από τις τιμές των εμπορευμάτων. Έτσι, έπεται ότι η ορίζουσα της  $[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]$  και η  $[\mathbf{I} - \boldsymbol{\Theta}_K]^{-1}$  είναι θετικές.

#### 4. Παρατηρήσεις επί του Υποδείγματος

Σε αυτήν την Ενότητα συγκεντρώνουμε ορισμένες παρατηρήσεις επί του υποδείγματος, οι οποίες μας διευκολύνουν στην κατανόησή του και μας βοηθούν στην περαιτέρω εμπειρική προσέγγιση.

Ειδικότερα, επισημαίνουμε τα εξής:

(i). Δεδομένου ότι η P-F ιδιοτιμή της  $\Theta_K$  είναι μικρότερη της μονάδας, μπορούμε να γράψουμε:

$$[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} = \mathbf{I} + \Theta_K + (\Theta_K)^2 + (\Theta_K)^3 + \dots$$

Συνεπώς η σχέση (5) μπορεί να γραφεί ως

$$\hat{\mathbf{p}}^T - \hat{\mathbf{w}}\mathbf{e}^T = -\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} + \Theta_K + (\Theta_K)^2 + (\Theta_K)^3 + \dots],$$

με τον όρο  $-\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} + \Theta_K]$  να χαρακτηρίζεται ως η «άμεση επίδραση» της μεταβολής των δεικτών των συνολικών παραγωγικοτήτων ( $\mathbf{b}$ ), ενώ ο όρος  $-\hat{\mathbf{b}}[(\Theta_K)^2 + (\Theta_K)^3 + \dots]$  ως η «έμμεση επίδραση».

(ii). Δεδομένου ότι  $\Theta_K = \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{C} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1}$ , έπεται ότι η σχέση (5) γράφεται

$$\hat{\mathbf{p}}^T - \hat{\mathbf{w}}\mathbf{e}^T = -\hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle [\mathbf{I} - \mathbf{C}]^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1} = -\hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle [\mathbf{I} + \mathbf{C} + \mathbf{C}^2 + \dots] \langle \mathbf{p} \rangle^{-1} = \hat{\mathbf{d}}^T \quad (7)$$

όπου το  $\mathbf{d}^T \equiv \mathbf{I}^T [\mathbf{I} - \mathbf{C}]^{-1}$  παριστά το διάνυσμα των «χρονολογημένων ποσοτήτων εργασίας» (“*dated quantities of labour*” – βλ. Sraffa, 1960, §46).

(iii). Από τη σχέση (5), και δεδομένου ότι  $[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} > \mathbf{0}$ , έπεται ότι, όταν συντελούνται αυξήσεις σε ορισμένες, τουλάχιστον, τομεακές συνολικές παραγωγικότητες, τότε ο ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής των τιμών των εμπορευμάτων είναι μικρότερος από τον ποσοστιαίο ρυθμό μεταβολής του χρηματικού ωρομισθίου, δηλαδή

$$\hat{p}_j < \hat{w}, \quad \forall j = 1, 2, \dots, n$$

και, άρα, το πραγματικό ωρομίσθιο αυξάνεται, όποια κι αν είναι η σύνθεσή του.

Εάν μας ενδιαφέρει ο προσδιορισμός της μεταβολής των  $p_j$  (ή/και του χρηματικού ωρομισθίου), τότε θα πρέπει να τυποποιήσουμε τις τιμές των εμπορευμάτων, δηλαδή να θέσουμε

$$\mathbf{p}^T \mathbf{z} = 1 \quad (8)$$

όπου  $\mathbf{z} \geq \mathbf{0}$  το *numéraire*.<sup>5</sup> Διαφορίζοντας τη σχέση (8) μπορούμε να λάβουμε

$$\hat{\mathbf{p}}^T \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{z} = 0 \quad (9)$$

και, άρα, πολλαπλασιάζοντας, από τα δεξιά, τη σχέση (5) με  $\langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{z}$ , προκύπτει

$$(\hat{\mathbf{p}}^T - \hat{w}\mathbf{e}^T) \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{z} = -\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{z}$$

ή

$$\hat{w} = (\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{z}) / (\mathbf{e}^T \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{z})$$

ή, δεδομένου ότι  $[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} = \langle \mathbf{p} \rangle [\mathbf{I} - \mathbf{C}]^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1}$  και  $\mathbf{e}^T \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{z} = \mathbf{p}^T \mathbf{z} = 1$ ,

$$\hat{w} = \hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle [\mathbf{I} - \mathbf{C}]^{-1} \mathbf{z} \quad (10)$$

Η (10) δίνει τον ποσοστιαίο ρυθμό αύξησης του  $w$  και εισαγάγοντάς την στην (5), λαμβάνουμε τους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής των απολύτων τιμών των εμπορευμάτων.

Σημειώνεται ότι εάν τυποποιήσουμε με  $\mathbf{z} = \mathbf{z}^* \equiv [\mathbf{I} - \mathbf{C}] \mathbf{q}^*$ , δηλαδή

$$\mathbf{p}^T \mathbf{z}^* = 1, \quad \mathbf{lq}^* = 1 \quad (11)$$

όπου  $\mathbf{q}^*$  είναι το δεξιό P-F ιδιοδιάνυσμα της μήτρας  $\mathbf{C} \equiv \mathbf{A}[\mathbf{I} + \langle \mathbf{r} \rangle]$ , τότε η (10) λαμβάνει την ακόλουθη μορφή:

$$\hat{w} = \hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^* \quad (10a)$$

και εισάγοντας την (10a) στην (5), λαμβάνουμε

$$\hat{\mathbf{p}}^T - (\hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^*) \mathbf{e}^T = -\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1}$$

ή

$$\hat{\mathbf{p}}^T = \hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle [\mathbf{q}^* \mathbf{e}^T - [\mathbf{I} - \mathbf{C}]^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1}] \quad (10\beta)$$

η οποία δηλώνει τους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής του διανύσματος των τιμών σε όρους του εμπορεύματος  $\mathbf{z}^*$ . Έστω, τώρα,  $\mathbf{q}^h$  ( $\neq \mathbf{q}^*$ ) ένα δεξιό ιδιοδιάνυσμα της  $\mathbf{C}$ , το οποίο, πρώτον, αντιστοιχεί στην πραγματική ιδιοτιμή  $\lambda^h$ , δεύτερον, δεν είναι ορθογώνιο στο  $\mathbf{I}^T$  και, τρίτον, τυποποιούμε με  $\mathbf{I}^T \mathbf{q}^h = 1$ . Ο ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής της τιμής του ισούται με  $(\hat{\mathbf{p}}^T \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^h) / (\mathbf{p} \mathbf{q}^h)$ . Πολλαπλασιάζοντας την (10β), από τα δεξιά, με  $\langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^h / (\mathbf{p} \mathbf{q}^h)$ , λαμβάνουμε

$$\mathbf{p}^T \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^j / (\mathbf{p} \mathbf{q}^h) = \hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^* - \{(\hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^h) / [\mathbf{p} \mathbf{q}^h (1 - \lambda^h)]\} \quad (10\gamma)$$

<sup>5</sup> Εάν τυποποιήσουμε με  $w = 1$ , τότε  $\hat{w} = 0$  και, άρα (βλ.(5)),  $\hat{\mathbf{p}}^T = -\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} \langle \mathbf{p} \rangle^{-1} < \mathbf{0}$ , ήτοι οι απόλυτες τιμές όλων των εμπορευμάτων μειώνονται.

Πολλαπλασιάζοντας την (1) με  $\mathbf{q}$ , και ανακαλώντας την (11), λαμβάνουμε  $w=1$ . Πολλαπλασιάζοντας την (1) με  $\mathbf{q}^h$ , λαμβάνουμε  $\mathbf{p}^T \mathbf{q}^h (1-\lambda^h) = w \mathbf{l}^T \mathbf{q}^h = w$ . Έτσι, η (10γ) γίνεται

$$(\mathbf{p}^T \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^h) / (\mathbf{p} \mathbf{q}^h) = \hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^* - \hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^h$$

ή

$$(\mathbf{p}^T \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^h) / (\mathbf{p} \mathbf{q}^h) = \hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle (\mathbf{q}^* - \mathbf{q}^h) \quad (10\delta)$$

Η σχέση (10δ) δηλώνει τον ποσοστιαίο ρυθμό μεταβολής της τιμής ενός εμπορεύματος  $\mathbf{q}^h$  σε όρους του εμπορεύματος  $\mathbf{q}^*$ , καθώς επίσης και ότι η μεταβολή της σχετικής τιμής δύο εμπορευμάτων τύπου  $\mathbf{q}^h$  καθορίζεται από τον κατά σειρά δεύτερο όρο στο δεξιό μέλος της, ήτοι τον όρο  $\hat{\mathbf{b}} \langle \mathbf{p} \rangle \mathbf{q}^h$ .

(iv). Εάν παράγονται δύο εμπορεύματα, η εφαρμογή της σχέσης  $\hat{p}_i - \hat{p}_j = -D \hat{\mathbf{b}} \text{adj}[\mathbf{I} - \Theta_K](\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j)$  (σχέση 6), με την οποία μπορούμε να προσδιορίσουμε την διαφορά ανάμεσα στους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής των τιμών αυτών των δύο εμπορευμάτων, δίνει:

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -D[\hat{b}_1, \hat{b}_2] \begin{bmatrix} 1-\theta_{22} & \theta_{12} \\ \theta_{21} & 1-\theta_{11} \end{bmatrix} \left( \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \right)$$

ή

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -D[\hat{b}_1, \hat{b}_2] \begin{bmatrix} 1-\theta_{22}-\theta_{12} \\ \theta_{21}-1+\theta_{11} \end{bmatrix}$$

ή

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -D[\hat{b}_1, \hat{b}_2] \begin{bmatrix} \theta_{L2} \\ -\theta_{L1} \end{bmatrix}$$

ή

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = D(-\hat{b}_1 \theta_{L2} + \hat{b}_2 \theta_{L1}) \quad (12)$$

Με αυτή την αλληλουχία υπολογισμών αποδεικνύεται πως για παράδειγμα, αν το μερίδιο της εργασίας στην τιμή του εμπορεύματος 1 είναι μικρότερο από το μερίδιο της εργασίας στην τιμή του εμπορεύματος 2, ήτοι  $\theta_{L1} < \theta_{L2}$  και η συνολική παραγωγικότητα του τομέα 1 αυξάνεται πιο γρήγορα από ότι στον τομέα 2, ήτοι

$\hat{b}_1 > \hat{b}_2$ , τότε, δεδομένου ότι  $D > 0$ <sup>6</sup>, έπεται  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 < 0$ , δηλαδή η σχετική τιμή  $p_2 / p_1$  αυξάνεται.

Σημειώνεται ότι στην περίπτωση που δεν υφίστανται μέσα παραγωγής (δηλ. η παραγωγή συντελείται μέσω άμεσης εργασίας και μόνον, περίπτωση γνωστή και ως ‘textbook ‘Ricardian’ case’ – βλ. π.χ. Balassa, 1964), έχουμε, προφανώς,  $\theta_{L1} = \theta_{L2} = 1$  και  $D = 1$ . Επομένως, η (12) γίνεται

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -\hat{b}_1 + \hat{b}_2 \quad (12\alpha)$$

Παρά τον εξωπραγματικό χαρακτήρα της, η (12α) χρησιμοποιείται, συχνά, κατά την ανάλυση πραγματικών οικονομικών φαινομένων (βλ. π.χ. De Grauwe, 2001, κεφ. 1-2).

(v). Η εφαρμογή βέβαια του υποδείγματος δεν είναι τόσο απλή όταν παράγονται περισσότερα από δύο εμπορεύματα. Δίνοντας ένα παράδειγμα σύμφωνα με το οποίο παράγονται τρία εμπορεύματα και, επίσης, ισχύει ότι  $\hat{b}_1 \neq \hat{b}_2 = \hat{b}_3$  (βλ. Mariolis, 2008, p. 242-243), φαίνεται πόσο περίπλοκα γίνονται τα πράγματα:

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = D \left[ (1 - \theta_{33}) (\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L2}) + \hat{b}_2 \theta_{31} (\theta_{L3} - \theta_{L2}) + \theta_{32} (\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L3}) \right] \quad (13)$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_3 = D \left[ (1 - \theta_{22}) (\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L3}) + \hat{b}_2 \theta_{21} (\theta_{L2} - \theta_{L3}) + \theta_{23} (\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L2}) \right] \quad (13\alpha)$$

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = D \left[ \hat{b}_2 (1 - \theta_{11}) (\theta_{L2} - \theta_{L3}) + \theta_{12} (\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L3}) + \theta_{13} (\hat{b}_1 \theta_{L2} - \hat{b}_2 \theta_{L1}) \right] \quad (13\beta)$$

Ας εστιάσουμε π.χ. στη σχέση (13), από την οποία φαίνεται ότι, σε αντίθεση με ό,τι ισχύει σε ένα διτομεακό σύστημα (βλ. σχέση (12)), δεν μπορούμε να αποφανθούμε για το πρόσημο του  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$  βάσει του προσήμου του όρου  $\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L2}$ . Ειδικότερα, η ύπαρξη του κατά σειρά δεύτερου και του τρίτου όρου στο άθροισμα του δεξιού μέλους της (13) (και, αναλόγως, των (13α) και (13β)) οφείλεται στο ότι το εμπόρευμα 3 εισέρχεται στην παραγωγή των εμπορευμάτων 1 και 2, αντιστοίχως. Στην αντίθετη περίπτωση όπου το εμπόρευμα 3 δεν θα συμμετείχε στην παραγωγή των άλλων δύο εμπορευμάτων τότε θα χαρακτηριζόταν ως «μη βασικό» (*non-basic*) à la Sraffa (1960, § 6), ήτοι  $\theta_{31} = \theta_{32} = 0$ , και το πρόσημο του  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$  θα καθοριζόταν από τον όρο  $\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L2}$ . Μπορούμε λοιπόν να αποκαλέσουμε τον όρο  $\hat{b}_2 \theta_{L1} - \hat{b}_1 \theta_{L2}$

<sup>6</sup>Υπενθυμίζεται ότι με  $D$  συμβολίζουμε το αντίστροφο της ορίζουσας της μήτρας  $[\mathbf{I} - \mathbf{\Theta}_K]$ , ήτοι  $D \equiv 1 / \det[\mathbf{I} - \mathbf{\Theta}_K]$ .

«πρωτεύουσα επίδραση», ενώ το αποτέλεσμα που λαμβάνουμε εάν από το εντός αγκίστρων δεξιό μέλος της (13) αφαιρέσουμε τον όρο  $\hat{b}_2\theta_{L1} - \hat{b}_1\theta_{L2}$ , μπορεί να ονομασθεί «δευτερεύουσα επίδραση».<sup>7</sup>

Αν θεωρήσουμε την περίπτωση

$$\hat{b}_1 \neq \hat{b}_2 = \hat{b}_3 = 0 \quad (14)$$

τότε βάσει των παραπάνω σχέσεων (13, 13α, 13β) έπεται ότι:  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 < 0$  και  $\hat{p}_1 - \hat{p}_3 < 0$ , ενώ από την (13β) λαμβάνουμε

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = D\hat{b}_1(-\theta_{12}\theta_{L3} + \theta_{13}\theta_{L2}) \quad (15)$$

Έτσι προκύπτει ότι δεν μπορούμε να φθάσουμε *a priori* σε ένα μονοσήμαντο αποτέλεσμα για όλα τα εμπορεύματα. Το παραπάνω αποτέλεσμα μας δείχνει ότι η κίνηση της σχετικής τιμής των εμπορευμάτων 2 και 3 καθορίζεται από το πρόσημο του όρου

$$-\theta_{12}\theta_{L3} + \theta_{13}\theta_{L2}$$

Ο όρος αυτός είναι π.χ. θετικός όταν

$$\theta_{13} / \theta_{L3} > \theta_{12} / \theta_{L2}$$

ή

$$[a_{13}(1+r_3)/l_3] > [a_{12}(1+r_2)/l_2] \quad ^8$$

ή, με λέξεις, η ένταση του μέσου παραγωγής 1 στον τομέα παραγωγής του εμπορεύματος 3 επί τον «συντελεστή κέρδους»  $(1+r_3)$  είναι υψηλότερη από την ένταση του μέσου παραγωγής 1 στον τομέα παραγωγής του εμπορεύματος 2 επί τον «συντελεστή κέρδους»  $(1+r_2)$ .

Τέλος, ας αναφερθεί ότι η κατεύθυνση της κίνησης των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων δεν μπορεί να προλεχθεί ούτε και στο «οριακό» ενδεχόμενο όπου υφίσταται ένας διατομεακά ενιαίος ποσοστιαίος ρυθμός αύξησης της συνολικής παραγωγικότητας, ήτοι

$$\hat{b}_1 = \hat{b}_2 = \hat{b}_3 = \hat{b} \quad (14α)$$

Τότε οι σχέσεις 13, 13α, 13β απλοποιούνται και, ειδικότερα, έχουν ως εξής:

<sup>7</sup> Σημειώνεται, ωστόσο, ότι το ύψος του όρου  $\hat{b}_2\theta_{L1} - \hat{b}_1\theta_{L2}$  διαμορφώνεται (και) από τις ποσότητες του εμπορεύματος 3 οι οποίες απαιτούνται για την παραγωγή των εμπορευμάτων 1 και 2, διότι αυτές οι ποσότητες υπεισέρχονται στα  $\theta_{L1}$  και  $\theta_{L2}$ .

<sup>8</sup> Η σχέση αυτή προέκυψε με αντικατάσταση των όρων  $\theta_{13}$ ,  $\theta_{L3}$ ,  $\theta_{12}$  και  $\theta_{L2}$ . Βλ. Θεωρητικό πλαίσιο, 3. Το Βασικό Υπόδειγμα.



$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = D\hat{b}[(1-\theta_{33})(\theta_{L1} - \theta_{L2}) + \theta_{31}(\theta_{L3} - \theta_{L2}) + \theta_{32}(\theta_{L1} - \theta_{L3})] \quad (16)$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_3 = D\hat{b}[(1-\theta_{22})(\theta_{L1} - \theta_{L3}) + \theta_{21}(\theta_{L2} - \theta_{L3}) + \theta_{23}(\theta_{L1} - \theta_{L2})] \quad (16\alpha)$$

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = D\hat{b}[(1-\theta_{11})(\theta_{L2} - \theta_{L3}) + \theta_{12}(\theta_{L1} - \theta_{L3}) + \theta_{13}(\theta_{L2} - \theta_{L1})] \quad (16\beta)$$

Ακόμα και αν θεωρήσουμε π.χ. την «ευνοϊκή» περίπτωση όπου  $\theta_{L1} = \theta_{L2}$ , από τις παραπάνω σχέσεις έπεται ότι

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = D\hat{b}(\theta_{32} - \theta_{31})(\theta_{L1} - \theta_{L3}) \quad (17)$$

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_3 = D\hat{b}(1 - \theta_{22} + \theta_{21})(\theta_{L1} - \theta_{L3}) \quad (17\alpha)$$

$$\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = D\hat{b}[(1 - \theta_{11} + \theta_{12})(\theta_{L1} - \theta_{L3})] \quad (17\beta)$$

Διαπιστώνουμε έτσι, ότι η κίνηση των σχετικών τιμών δεν μπορεί να προλεχθεί (εξαιρείται η περίπτωση όπου  $\theta_{L1} = \theta_{L2} = \theta_{L3}$ , η οποία είναι, βεβαίως, τετριμμένη και συνεπάγεται  $\hat{p}_1 = \hat{p}_2 = \hat{p}_3$ ).

## 5. Συμπεράσματα

Στα πλαίσια του παρόντος θεωρητικού υποδείγματος αποδεικνύεται ότι σ' έναν κόσμο «παραγωγής εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων» δεν μπορούμε *a priori* να γνωρίζουμε την σχέση ανάμεσα στις σχετικές μακροχρόνιες τιμές των εμπορευμάτων και τις τομεακές συνολικές παραγωγικότητες των συντελεστών παραγωγής για όλα τα εμπορεύματα. Η κίνηση των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων δεν μπορεί να προλεχθεί γιατί εξαρτάται τόσο από τα μερίδια της εργασίας στην τιμή των εμπορευμάτων που παράγονται, όσο και από τους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής της παραγωγικότητας. Ένας ακόμα σημαντικός παράγοντας που επηρεάζει την κίνηση των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων είναι τα τομεακά ποσοστά κέρδους, τα οποία εμείς στα πλαίσια αυτού του υποδείγματος δεχόμαστε ως αμετάβλητα. Συνεπώς, αποδείξαμε θεωρητικά πως δεν είναι δυνατόν να εξαχθεί ένα μονοσήμαντο συμπέρασμα όσον αφορά στη σχέση ανάμεσα στις σχετικές μακροχρόνιες τιμές των εμπορευμάτων και τις τομεακές συνολικές παραγωγικότητες των συντελεστών παραγωγής.

ΜΕΡΟΣ ΔΕΥΤΕΡΟ

**Η ΕΜΠΕΙΡΙΚΗ ΑΝΑΛΥΣΗ**

## 1. Εισαγωγή

Στο δεύτερο μέρος της εργασίας παρουσιάζουμε τα εμπειρικά δεδομένα και την μεθοδολογία εξαγωγής των αποτελεσμάτων από τους πίνακες εισροών – εκροών. Συγκεκριμένα για την εφαρμογή του υποδείγματος χρησιμοποιείται συμμετρικός πίνακας εισροών – εκροών (SIOT) της Γερμανικής οικονομίας για το έτος 2002. Η Γερμανία επιλέχθηκε γιατί είναι μία από τις μεγαλύτερες ευρωπαϊκές οικονομίες και παρουσιάζει ιδιαίτερο ερευνητικό ενδιαφέρον<sup>9</sup>.

## 2. Εμπειρικά δεδομένα

Τα εμπειρικά δεδομένα που χρησιμοποιήθηκαν στην παρούσα εργασία προέρχονται από τους πίνακες εισροών – εκροών της Γερμανικής οικονομίας για το έτος 2002<sup>10</sup>. Ο προκείμενος πίνακας εισροών – εκροών είναι διαστάσεων 59x59, αφορά δηλαδή 59 κλάδους και 59 προϊόντα. Ενδεικτικά αναφέρουμε ότι ο πίνακας εισροών – εκροών είναι ένας πίνακας όπου σ' αυτόν αποτυπώνονται όλες οι παραγωγικές δραστηριότητες μιας οικονομίας, οι οποίες δύναται να ταξινομηθούν σε διάφορους τομείς/κλάδους. Τα δεδομένα τα οποία παρουσιάζονται σ' αυτόν, μας δείχνουν ουσιαστικά τις σχέσεις/συναλλαγές μεταξύ των τομέων. Κάθε τομέας/κλάδος εμφανίζεται δύο φορές: μία φορά στις γραμμές του πίνακα ως παραγωγός προϊόντων (εκροών) για την ικανοποίηση της ενδιάμεσης και της τελικής ζήτησης, και μια φορά στις στήλες του πίνακα ως αγοραστής αγαθών και υπηρεσιών (εισροών) για την παραγωγή των προϊόντων του. (Λίβας, 1994, Casler, 2004 pp 459-474).

Παρατηρώντας τον πίνακα εισροών - εκροών, αφαιρώ τον κλάδο 12 (Uranium and thorium ores) ο οποίος έχει μόνο μηδενικά στοιχεία και συναθροίζω τους κλάδους 13 (Metal ores) και 14 (Other mining and quarrying products). Έτσι, τόσο ο πίνακας εισροών – εκροών που τελικά χρησιμοποιείται, όσο και η μήτρα των τεχνικών συντελεστών παραγωγής που προκύπτει είναι διαστάσεων 57x57.

Έχοντας λοιπόν ως δεδομένο τον συμμετρικό πίνακα εισροών – εκροών της Γερμανικής οικονομίας για το έτος 2002 και προσπαθώντας να αναλύσουμε εμπειρικά το θεωρητικό πλαίσιο της εργασίας, υπολογίζουμε τα εξής:

---

<sup>9</sup>Βλ. Μπάδας (2009) και Ηλιάδη (2010)

<sup>10</sup> Για τους πίνακες εισροών – εκροών βλ. <http://epp.eurostat.ec.europa.eu>

1. την μήτρα  $\mathbf{A}$  των τεχνικών συντελεστών παραγωγής, το διάνυσμα των εισροών σε άμεση ομοιογενή εργασία  $\mathbf{l}$ .
2. το διάνυσμα των τομεακών ποσοστών κέρδους  $\mathbf{r}$ , την μήτρα των μεριδίων των κεφαλαιουχικών αγαθών στην τιμή του εμπορεύματος  $j$   $\Theta_K \equiv [\theta_{ij}]$  και το διάνυσμα των μεριδίων της εργασίας στην τιμή του εμπορεύματος  $j$   $\theta_L \equiv [\theta_{Lj}]$ .
3. τέλος υπολογίζουμε σε πρώτη φάση τις «συνολικές» και τις «πρωτεύουσες» επιδράσεις και σε δεύτερη τις «άμεσες» και τις «άμεσες & έμμεσες» επιδράσεις.

Για την εξαγωγή βέβαια αυτών των αποτελεσμάτων απαιτείται μια σειρά υποθέσεων για το οικονομικό σύστημα (Miller and Blair, (1985), Λίβας (1994)), οι οποίες είναι οι εξής: i) Κάθε προϊόν ή ομάδα προϊόντων διατίθεται από μία βιομηχανία ή από έναν και μόνο έναν παραγωγικό τομέα. ii) Οι εισροές κάθε παραγωγικού τομέα είναι συνάρτηση μόνο του επιπέδου παραγωγής του τομέα. iii) Το συνολικό αποτέλεσμα της εκτέλεσης διαφόρων τύπων παραγωγής είναι το άθροισμα των επιμέρους αποτελεσμάτων. Η υπόθεση αυτή είναι γνωστή ως προσθετική υπόθεση.

Στη συνέχεια της εργασίας παρουσιάζονται: 1) ο τρόπος εξαγωγής των βασικών μεγεθών του υποδείγματος, 2) η εφαρμογή αυτού, 3) τα αποτελέσματα των υπολογισμών και ο σχολιασμός αυτών. Σημειώνεται ότι α) όλοι οι υπολογισμοί έγιναν βάσει του προγράμματος “Mathematica” και β) οι πίνακες που παρουσιάζονται στο κυρίως μέρος της εργασίας είναι στρογγυλοποιημένοι σε 7 δεκαδικά ψηφία, ενώ οι μήτρες και τα διανύσματα παρουσιάζονται στο παράρτημα χωρίς στρογγυλοποίηση.

## 2.1 Εξαγωγή της μήτρας των τεχνικών συντελεστών παραγωγής

Από τους διαθέσιμους πίνακες εισροών – εκροών μπορούμε να εξάγουμε την μήτρα  $\mathbf{A} \equiv [a_{ij}]$  των τεχνικών συντελεστών παραγωγής. Ας υποθέσουμε μία μήτρα τεχνικών συντελεστών παραγωγής διαστάσεων  $2 \times 2$ , δηλαδή μία μήτρα της μορφής

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}. \text{ Το στοιχείο } a_{11} \text{ δηλώνει την ποσότητα του}$$

εμπορεύματος 1 που υπεισέρχεται στην παραγωγή μιας μονάδας εμπορεύματος του κλάδου 1. Το στοιχείο  $a_{12}$  δηλώνει την ποσότητα του εμπορεύματος 1 που υπεισέρχεται στην παραγωγή μιας μονάδας εμπορεύματος του κλάδου 2 κ.ο.κ..

Στην περίπτωση λοιπόν μίας μήτρας τεχνικών συντελεστών  $57 \times 57$ , όπως εκείνη που προκύπτει από τον πίνακα εισροών – εκροών της γερμανικής οικονομίας που εξετάζουμε, το στοιχείο  $a_{ij}$  δηλώνει τις μονάδες του εμπορεύματος  $i$  που υπεισέρχονται στην παραγωγή μιας μονάδας εμπορεύματος του κλάδου  $j$ .

Για κάθε στοιχείο  $a_{ij}$  της μήτρας των τεχνικών συντελεστών ισχύει ότι  $a_{ij} \equiv \frac{X_{ij}}{X_j}$ ,

όπου  $X_{ij}$  το μέρος της παραγωγής του τομέα  $i$  που χρησιμοποιείται από τον τομέα  $j$  και  $X_j$  η συνολική παραγωγή του τομέα  $j$  σε βασικές τιμές (output at basic prices), δηλαδή για να υπολογίσουμε κάθε στοιχείο  $a_{ij}$  διαιρούμε κάθε στοιχείο του πίνακα εισροών – εκροών με το σύνολο της στήλης στην οποία το εν λόγω στοιχείο αντιστοιχεί.

Με αυτόν λοιπόν τον τρόπο εξάγεται η μήτρα των τεχνικών συντελεστών παραγωγής, η οποία εν προκειμένω είναι διαστάσεων  $57 \times 57$ <sup>11</sup>.

## 2.2 Εξαγωγή του διανύσματος της άμεσης ομοιογενούς εργασίας

Στον πραγματικό οικονομικό κόσμο η εργασία που αναλώνεται στους διάφορους κλάδους δεν είναι ομοιογενής. Στην γραμμή όπου αναφέρονται οι μισθοί των εργαζομένων (compensation of employees W) εμπεριέχεται ένα μη ενιαίο ονομαστικό ωρομίσθιο με αποτέλεσμα οι εμπειρικοί πίνακες που χρησιμοποιούμε να ενσωματώνουν ένα διάνυσμα ετερογενών εργασιών. Σκοπός μας λοιπόν είναι η εξαγωγή ενός διανύσματος ομοιογενούς εργασίας. Η μέθοδος που ακολουθούμε για

---

<sup>11</sup> Η μήτρα  $\mathbf{A}$  παρουσιάζεται στο Παράρτημα της παρούσης εργασίας

την μετατροπή της ετερογενούς εργασίας σε ομοιογενή είναι η μέθοδος του Ochoa, 1989, p. 428.

Το διάνυσμα των μισθών μπορεί να γραφεί ως εξής:

$$(w_1, w_2, \dots, w_{57}) \begin{pmatrix} L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & L_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{57} \end{pmatrix}$$

όπου  $w_j$ <sup>12</sup> το ονομαστικό ωρομίσθιο του κλάδου  $j$  και  $L_j$  ο αριθμός των εργαζομένων στον κλάδο  $j$  (Labour inputs (1000 persons) του πίνακα εισροών – εκροών).

Έστω τώρα ότι το  $w_1$  είναι το μικρότερο εκ των  $w$  ( $w_1 = \min\{w_j\}$ ). Τότε ισχύει:

$$w_1 \begin{pmatrix} 1, \frac{w_2}{w_1}, \dots, \frac{w_{57}}{w_1} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} L_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & L_2 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & L_{57} \end{pmatrix} =$$

$$w_1 \begin{pmatrix} L_1, \frac{w_2}{w_1} L_2, \dots, \frac{w_{57}}{w_1} L_{57} \end{pmatrix} =$$

$$w_1 (L_1, L_2^*, \dots, L_{57}^*),$$

$$\text{όπου } L_2^* = \frac{w_2}{w_1} L_2, \dots, L_{57}^* = \frac{w_{57}}{w_1} L_{57}$$

Το διάνυσμα **I** των εισροών σε άμεση ομοιογενή εργασία δίνεται από τον τύπο:

$$\mathbf{I} = \left( \frac{L_1}{X_1}, \frac{L_2^*}{X_2}, \dots, \frac{L_{57}^*}{X_{57}} \right),$$

όπου  $X_j$  η συνολική παραγωγή σε βασικές τιμές (output at basic prices) στον αντίστοιχο πίνακα εισροών – εκροών.

Με αυτή την διαδικασία λοιπόν προκύπτει το διάνυσμα της άμεσης ομοιογενούς εργασίας, το οποίο είναι ένα διάνυσμα γραμμή, διαστάσεων  $1 \times 57$ <sup>13</sup>.

<sup>12</sup>  $w = \frac{W}{L}$ , όπου  $W$  ο μισθός των εργαζομένων (compensation of employees) και  $L$  ο αριθμός των εργαζομένων (Labour inputs – 1000 persons).

<sup>13</sup> Για το διάνυσμα της άμεσης ομοιογενούς εργασίας **I** βλ. Παράρτημα.

### 3.Εφαρμογή του Υποδείγματος

Για την εφαρμογή της σχέσης

$$\hat{\mathbf{p}}^T - \hat{w}\mathbf{e}^T = -\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} - \mathbf{\Theta}_K]^{-1} \quad \text{ή} \quad (5)$$

$$\hat{p}_i - \hat{p}_j = -D\hat{\mathbf{b}}\text{adj}[\mathbf{I} - \mathbf{\Theta}_K](\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j) \quad (6)$$

με την οποία μπορούμε να προσδιορίσουμε τη διαφορά ανάμεσα στους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής τιμών δύο, οποιωνδήποτε, εμπορευμάτων, απαιτούνται τα  $\mathbf{p}^T$ ,  $w$ ,  $\mathbf{\Theta}_K$  και  $\mathbf{\theta}_L$ .

Για να γίνει περισσότερο κατανοητός ο τρόπος με τον οποίο θα εφαρμόσουμε την παραπάνω σχέση πρέπει να σημειώσουμε τα εξής:

(i).Ως γνωστόν, μπορούμε να θέσουμε

$$\mathbf{p}^T = \mathbf{e}^T = [1, 1, \dots, 1] \quad (16)$$

δηλ. επιλέγουμε ως φυσική μονάδα μέτρησης κάθε εμπορεύματος εκείνη την ποσότητα που πωλείται μία νομισματική μονάδα.

(ii).Η μήτρα  $\mathbf{A}$  εκτιμήθηκε κατά το συνήθη, γνωστό τρόπο.

(iii).Η εργασία ομογενοποιήθηκε κατά το συνήθη, γνωστό τρόπο. Έτσι, προσδιορίσαμε τα  $\mathbf{I}$  και  $w (= \min\{w_j\})$ .

(iv).Δεδομένης της (16), και της  $\langle \mathbf{b} \rangle = \mathbf{I}$ , η σχέση 1

$$\begin{aligned} \mathbf{p}^T &= (\mathbf{p}^T \mathbf{A}[\mathbf{I} + \langle \mathbf{r} \rangle] + w\mathbf{l}^T) \langle \mathbf{b} \rangle^{-1} \text{ γράφεται} \\ \mathbf{e}^T &= \mathbf{e}^T \mathbf{A}[\mathbf{I} + \langle \mathbf{r} \rangle] + w\mathbf{l} \end{aligned} \quad (17)$$

Τώρα, ας θεωρήσουμε την εξίσωση  $j$  του συστήματος (17), δηλαδή

$$1 = (a_{1j} + a_{2j} + \dots + a_{nj})(1 + r_j) + wl_j$$

Εφόσον οι τεχνολογικοί συντελεστές και τα  $w$ ,  $l_j$  είναι γνωστά, μπορούμε να εκτιμήσουμε το τομεακό ποσοστό κέρδους, δηλαδή

$$r_j = [(1 - wl_j)/(a_{1j} + a_{2j} + \dots + a_{nj})] - 1 \quad (18)$$

Με δεδομένα, λοιπόν, τα  $r_j$ , εκτιμούμε τα  $\mathbf{\Theta}_K$  και  $\mathbf{\theta}_L$ . Για την μήτρα  $\mathbf{\Theta}_K$  ισχύει:

$\mathbf{\Theta}_K \equiv [\theta_{ij}]$ ,  $\theta_{ij} \equiv [p_i a_{ij}(1 + r_j)]/p_j$  και για το διάνυσμα  $\mathbf{\theta}_L$ :  $\mathbf{\theta}_L \equiv [\theta_{Lj}]$ ,  $\theta_{Lj} \equiv (wl_j)/p_j$

(v).Περιοριζόμαστε στην περίπτωση ενός ενιαίου ποσοστιαίου ρυθμού μεταβολής της συνολικής παραγωγικότητας (βλ. σχέση 14α) και προσπαθούμε να διαχωρίσουμε σε

πρώτη φάση τις «συνολικές» και «πρωτεύουσες» επιδράσεις<sup>14</sup> και σε δεύτερη τις «άμεσες» και τις «άμεσες & έμμεσες» επιδράσεις<sup>15</sup>.

Τώρα μπορούμε να εφαρμόσουμε τις σχέσεις (5) – (6)

Για να διαχωρίσουμε τις «συνολικές» και «πρωτεύουσες» επιδράσεις θέτουμε ως στόχο να υπολογίσουμε το πρόσημο και την αριθμητική τιμή των

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2, \hat{p}_2 - \hat{p}_3, \hat{p}_3 - \hat{p}_4, \dots, \hat{p}_{n-1} - \hat{p}_n$$

Έστω λοιπόν ότι θέλουμε να υπολογίσουμε το πρόσημο και την αριθμητική τιμή του  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ . Από την σχέση 6,  $\hat{p}_i - \hat{p}_j = -D \hat{\text{adj}}[\mathbf{I} - \Theta_K](\mathbf{e}_i - \mathbf{e}_j)$ , παρατηρούμε ότι αν αφαιρέσουμε την πρώτη στήλη της  $\text{adj}[\mathbf{I} - \Theta_K]$  από την δεύτερη και εν συνεχεία αθροίσουμε τα στοιχεία της στήλης που προκύπτει, τότε το πρόσημο του αποτελέσματος είναι και το πρόσημο του  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ . Για να βρούμε όμως την αριθμητική τιμή της διαφοράς δεν θα πρέπει να ξεχάσουμε να πολλαπλασιάσουμε το αποτέλεσμα που βρήκαμε κατά τον υπολογισμό του προσήμου, με το  $D$ , όπου  $D \equiv 1 / \det[\mathbf{I} - \Theta_K]$ . Στη συνέχεια αφαιρούμε την δεύτερη στήλη της  $\text{adj}[\mathbf{I} - \Theta_K]$  από την τρίτη, αθροίζουμε τα στοιχεία της στήλης που προκύπτει και έχουμε το πρόσημο του  $\hat{p}_2 - \hat{p}_3$ . Ακολουθώντας την ίδια μεθοδολογία καταγράφουμε το πρόσημο και τις αριθμητικές τιμές των αποτελεσμάτων για όλες τις διαφορές ανάμεσα στους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής τιμών δύο, οποιωνδήποτε, εμπορευμάτων. Με αυτόν τον τρόπο υπολογίσαμε και καταγράψαμε τις «συνολικές» επιδράσεις.

Τις «πρωτεύουσες» επιδράσεις θα τις προσδιορίσουμε μέσω του διανύσματος  $\Theta_L$ . Η πρωτεύουσα επίδραση που ενέχεται στο  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$  ισούται με  $\theta_{L1} - \theta_{L2}$ , αυτή που ενέχεται στο  $\hat{p}_2 - \hat{p}_3$  ισούται με  $\theta_{L2} - \theta_{L3}$  κ.ο.κ..

Στην δεύτερη φάση των υπολογισμών έχουμε ως στόχο να διαχωρίσουμε τις «άμεσες» και τις «άμεσες και έμμεσες» επιδράσεις, πράγμα που σημαίνει να υπολογίσουμε τις ίδιες διαφορές με προηγουμένως

$$\hat{p}_1 - \hat{p}_2, \hat{p}_2 - \hat{p}_3, \hat{p}_3 - \hat{p}_4, \dots, \hat{p}_{n-1} - \hat{p}_n$$

βάσει όμως των προσεγγίσεων

<sup>14</sup> βλ. Θεωρητικό πλαίσιο, 4. Παρατηρήσεις επί του υποδείγματος, σημείο (v)

<sup>15</sup> βλ. Θεωρητικό πλαίσιο, 4. Παρατηρήσεις επί του υποδείγματος, σημείο (i)



$$\hat{\mathbf{p}}^T - \hat{\mathbf{w}}\mathbf{e}^T \approx -\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} + \mathbf{\Theta}_K] \quad (19)$$

και

$$\hat{\mathbf{p}}^T - \hat{\mathbf{w}}\mathbf{e}^T \approx -\hat{\mathbf{b}}[\mathbf{I} + \mathbf{\Theta}_K + (\mathbf{\Theta}_K)^2] \quad (20)$$

όπου το  $\hat{\mathbf{b}}$  δίνεται από την σχέση (14<sup>α</sup>), δηλαδή δεχόμαστε έναν ενιαίο ποσοστιαίο ρυθμό μεταβολής της συνολικής παραγωγικότητας.

Έστω τώρα ότι θέλουμε να υπολογίσουμε την διαφορά  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ . Από την σχέση (19) παρατηρούμε ότι αν αφαιρέσουμε την πρώτη στήλη της μήτρας  $[\mathbf{I} + \mathbf{\Theta}_K]$  από την δεύτερη και εν συνεχεία αθροίσουμε τα στοιχεία της στήλης που προκύπτει, τότε προσδιορίζεται το πρόσημο και η αριθμητική τιμή της διαφοράς  $\hat{p}_1 - \hat{p}_2$ . Συνεχίζουμε αφαιρώντας την δεύτερη στήλη της μήτρας  $[\mathbf{I} + \mathbf{\Theta}_K]$  από την τρίτη, αθροίζουμε τα στοιχεία της στήλης που προκύπτει και έχουμε το πρόσημο και την αριθμητική τιμή της διαφοράς  $\hat{p}_2 - \hat{p}_3$ . Ακολουθούμε την ίδια μεθοδολογία και προσδιορίζουμε το πρόσημο και τις αριθμητικές τιμές των αποτελεσμάτων για όλες τις διαφορές ανάμεσα στους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής τιμών δύο, οποιωνδήποτε, εμπορευμάτων. Με αυτόν τον τρόπο λοιπόν υπολογίσαμε και καταγράψαμε τις «άμεσες» επιδράσεις.

Όσον αφορά τις «άμεσες και έμμεσες» επιδράσεις, χρησιμοποιούμε την σχέση (20) και μέσω της ίδιας μεθοδολογίας που εφαρμόσαμε και παραπάνω υπολογίζουμε το πρόσημο και τις αριθμητικές τιμές των διαφορών, απλά αντικαθιστώντας την μήτρα  $[\mathbf{I} + \mathbf{\Theta}_K]$  με την μήτρα  $[\mathbf{I} + \mathbf{\Theta}_K + (\mathbf{\Theta}_K)^2]$ . Έτσι προσδιορίσαμε τις αριθμητικές τιμές των «άμεσων και έμμεσων» επιδράσεων.

#### 4. Αποτελέσματα

Σε αυτήν την ενότητα παρατίθενται τα αποτελέσματα των υπολογισμών, όπως αυτά προέκυψαν βάσει της επεξεργασίας των στοιχείων του συμμετρικού πίνακα εισροών – εκροών της Γερμανικής οικονομίας για το έτος 2002 και της εφαρμογής του υποδείγματος. Παράλληλα εξετάζεται 1) κατά πόσον οι «πρωτεύουσες» επιδράσεις έχουν ή όχι το ίδιο πρόσημο με τις αντίστοιχες «συνολικές» επιδράσεις, 2) η σχετική συμβολή της «πρωτεύουσας» επίδρασης, δηλαδή ο λόγος [πρωτεύουσα / συνολική επίδραση] %. Τέλος συγκρίνουμε ποιοτικά και ποσοτικά τα αποτελέσματα που προέκυψαν κατά τους υπολογισμούς των «άμεσων» και «άμεσων & έμμεσων» επιδράσεων με αυτά που υπολογίσθηκαν κατά την διάρκεια της πρώτης φάσης των υπολογισμών, δηλαδή κατά τον υπολογισμό των «πρωτευουσών» και «συνολικών» επιδράσεων.

##### • Τομεακά ποσοστά κέρδους

Στο θεωρητικό μέρος της παρούσης εργασίας κάναμε τις εξής υποθέσεις όσον αφορά τα τομεακά ποσοστά κέρδους: 1) δεχτήκαμε ότι το ποσοστό κέρδους δεν είναι διατομεακά ενιαίο και 2) ότι τα τομεακά ποσοστά κέρδους δεν μεταβάλλονται. Στον πίνακα 1 εμφανίζονται οι τιμές αυτών με στρογγυλοποίηση επτά ψηφίων. Πρέπει να σημειώσουμε πως το ποσοστό κέρδους στον τομέα/κλάδο 57 είναι μηδέν, γιατί αυτός ο τομέας/κλάδος συμβολίζει τον κλάδο των ιδιωτικών νοικοκυριών με απασχολούμενα άτομα (private households with employed persons).

**Πίνακας 1.** Τομεακά ποσοστά κέρδους

|                      |                      |                      |                       |                      |
|----------------------|----------------------|----------------------|-----------------------|----------------------|
| $r_1 = 0,5825120$    | $r_{13} = 0,1873480$ | $r_{25} = 0,2936150$ | $r_{37} = 0,2860330$  | $r_{49} = 1,0247600$ |
| $r_2 = 1,1025200$    | $r_{14} = 0,3140070$ | $r_{26} = 0,0541176$ | $r_{38} = 0,5729210$  | $r_{50} = 0,5254880$ |
| $r_3 = 1,0000000$    | $r_{15} = 0,0577878$ | $r_{27} = 0,0785832$ | $r_{39} = 0,1176130$  | $r_{51} = 0,4756110$ |
| $r_4 = -0,9550190$   | $r_{16} = 0,1837130$ | $r_{28} = 0,1310080$ | $r_{40} = 0,2922880$  | $r_{52} = 0,9928510$ |
| $r_5 = 1,0147200$    | $r_{17} = 0,1977500$ | $r_{29} = 0,2470800$ | $r_{41} = 0,6390460$  | $r_{53} = 0,6301140$ |
| $r_6 = 0,5318370$    | $r_{18} = 0,1854750$ | $r_{30} = 0,4242980$ | $r_{42} = 0,5434070$  | $r_{54} = 0,1723900$ |
| $r_7 = 0,1161950$    | $r_{19} = 0,1182100$ | $r_{31} = 2,6718300$ | $r_{43} = -0,0006628$ | $r_{55} = 0,8511390$ |
| $r_8 = 0,5215950$    | $r_{20} = 0,2107850$ | $r_{32} = 0,2994620$ | $r_{44} = 0,5727790$  | $r_{56} = 2,7407500$ |
| $r_9 = 0,1429520$    | $r_{21} = 0,1429470$ | $r_{33} = 0,7745420$ | $r_{45} = 3,5639600$  | $r_{57} = 0$         |
| $r_{10} = 0,0837651$ | $r_{22} = 0,0738921$ | $r_{34} = 0,5529810$ | $r_{46} = 4,6082600$  |                      |
| $r_{11} = 0,1585710$ | $r_{23} = 0,0210077$ | $r_{35} = 0,4334610$ | $r_{47} = 0,8505450$  |                      |
| $r_{12} = 0,1466070$ | $r_{24} = 0,0120135$ | $r_{36} = 0,3353590$ | $r_{48} = 0,2058500$  |                      |

- Η μήτρα των μεριδίων των κεφαλαιουχικών αγαθών και το διάνυσμα των μεριδίων της εργασίας στην τιμή του εμπορεύματος  $j$

Η μήτρα των μεριδίων των κεφαλαιουχικών αγαθών έχει υπολογισθεί και παρουσιάζεται στο Παράρτημα της παρούσης εργασίας. Στον πίνακα 2 παρουσιάζονται οι αριθμητικές τιμές του διανύσματος των μεριδίων της εργασίας στην τιμή του εμπορεύματος  $j$ , από τις οποίες θα προκύψουν και οι πρωτεύουσες επιδράσεις.

**Πίνακας 2.**  $\theta_{Lj}$ : το διάνυσμα των μεριδίων εργασίας στην τιμή του εμπορεύματος  $j$

|                            |                            |                            |                            |                            |
|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| $\theta_{L1} = 0,1727410$  | $\theta_{L13} = 0,2052740$ | $\theta_{L25} = 0,3385160$ | $\theta_{L37} = 0,4306430$ | $\theta_{L49} = 0,3078330$ |
| $\theta_{L2} = 0,2292990$  | $\theta_{L14} = 0,2450010$ | $\theta_{L26} = 0,1957570$ | $\theta_{L38} = 0,0603070$ | $\theta_{L50} = 0,5851170$ |
| $\theta_{L3} = 0,1190480$  | $\theta_{L15} = 0,0560983$ | $\theta_{L27} = 0,2656310$ | $\theta_{L39} = 0,1529390$ | $\theta_{L51} = 0,7285340$ |
| $\theta_{L4} = 0,9544990$  | $\theta_{L16} = 0,2048510$ | $\theta_{L28} = 0,2940200$ | $\theta_{L40} = 0,2174750$ | $\theta_{L52} = 0,4660870$ |
| $\theta_{L5} = 0,1406940$  | $\theta_{L17} = 0,2829590$ | $\theta_{L29} = 0,1728250$ | $\theta_{L41} = 0,1871990$ | $\theta_{L53} = 0,1847580$ |
| $\theta_{L6} = 0,2549230$  | $\theta_{L18} = 0,2883460$ | $\theta_{L30} = 0,2095260$ | $\theta_{L42} = 0,3421050$ | $\theta_{L54} = 0,6970720$ |
| $\theta_{L7} = 0,1767760$  | $\theta_{L19} = 0,1943580$ | $\theta_{L31} = 0,2177640$ | $\theta_{L43} = 0,2388610$ | $\theta_{L55} = 0,2820560$ |
| $\theta_{L8} = 0,1371150$  | $\theta_{L20} = 0,3335330$ | $\theta_{L32} = 0,2902400$ | $\theta_{L44} = 0,1622400$ | $\theta_{L56} = 0,1591540$ |
| $\theta_{L9} = 0,2663200$  | $\theta_{L21} = 0,3232060$ | $\theta_{L33} = 0,4574050$ | $\theta_{L45} = 0,0364194$ | $\theta_{L57} = 1,0000000$ |
| $\theta_{L10} = 0,1871760$ | $\theta_{L22} = 0,1593340$ | $\theta_{L34} = 0,3968330$ | $\theta_{L46} = 0,0559123$ |                            |
| $\theta_{L11} = 0,1967720$ | $\theta_{L23} = 0,3567450$ | $\theta_{L35} = 0,4507260$ | $\theta_{L47} = 0,4639280$ |                            |
| $\theta_{L12} = 0,2344130$ | $\theta_{L24} = 0,2652870$ | $\theta_{L36} = 0,3460850$ | $\theta_{L48} = 0,3659210$ |                            |

- **Συνολικές και Πρωτεύουσες επιδράσεις**

Εφαρμόζοντας τις σχέσεις (5) - (6) του υποδείγματος προσδιορίζουμε τη διαφορά ανάμεσα στους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής τιμών δύο οποιωνδήποτε εμπορευμάτων και διαχωρίζουμε τις «συνολικές» και «πρωτεύουσες» επιδράσεις. Στον πίνακα 3 εμφανίζονται οι αριθμητικές τιμές των συνολικών επιδράσεων και στον πίνακα 4 οι αριθμητικές τιμές των πρωτευουσών επιδράσεων.<sup>16</sup>

**Πίνακας 3.** Συνολικές επιδράσεις

|                                                    |                                                     |                                                    |
|----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0,3221546$               | $\hat{p}_{20} - \hat{p}_{21} = \mathbf{-0,0472640}$ | $\hat{p}_{39} - \hat{p}_{40} = -0,6092930$         |
| $\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = 0,5310553$                | $\hat{p}_{21} - \hat{p}_{22} = 0,8954455$           | $\hat{p}_{40} - \hat{p}_{41} = 0,4097979$          |
| $\hat{p}_3 - \hat{p}_4 = -3,4183446$               | $\hat{p}_{22} - \hat{p}_{23} = -1,0611476$          | $\hat{p}_{41} - \hat{p}_{42} = -0,7463000$         |
| $\hat{p}_4 - \hat{p}_5 = 3,1174411$                | $\hat{p}_{23} - \hat{p}_{24} = 0,4730016$           | $\hat{p}_{42} - \hat{p}_{43} = 0,4590023$          |
| $\hat{p}_5 - \hat{p}_6 = -0,3957400$               | $\hat{p}_{24} - \hat{p}_{25} = -0,3219021$          | $\hat{p}_{43} - \hat{p}_{44} = 0,4772441$          |
| $\hat{p}_6 - \hat{p}_7 = 0,4659125$                | $\hat{p}_{25} - \hat{p}_{26} = 0,6820259$           | $\hat{p}_{44} - \hat{p}_{45} = 0,1589782$          |
| $\hat{p}_7 - \hat{p}_8 = 0,0347329$                | $\hat{p}_{26} - \hat{p}_{27} = -0,4273142$          | $\hat{p}_{45} - \hat{p}_{46} = \mathbf{0,9754661}$ |
| $\hat{p}_8 - \hat{p}_9 = -0,5308178$               | $\hat{p}_{27} - \hat{p}_{28} = -0,0793965$          | $\hat{p}_{46} - \hat{p}_{47} = -2,8571010$         |
| $\hat{p}_9 - \hat{p}_{10} = 0,2541963$             | $\hat{p}_{28} - \hat{p}_{29} = 0,7575112$           | $\hat{p}_{47} - \hat{p}_{48} = 0,1611323$          |
| $\hat{p}_{10} - \hat{p}_{11} = \mathbf{0,0492788}$ | $\hat{p}_{29} - \hat{p}_{30} = -0,6322001$          | $\hat{p}_{48} - \hat{p}_{49} = 0,6417716$          |
| $\hat{p}_{11} - \hat{p}_{12} = -0,1313705$         | $\hat{p}_{30} - \hat{p}_{31} = \mathbf{0,1981901}$  | $\hat{p}_{49} - \hat{p}_{50} = -1,0730517$         |
| $\hat{p}_{12} - \hat{p}_{13} = 0,1514693$          | $\hat{p}_{31} - \hat{p}_{32} = -0,2240029$          | $\hat{p}_{50} - \hat{p}_{51} = -0,6973039$         |
| $\hat{p}_{13} - \hat{p}_{14} = -0,2081120$         | $\hat{p}_{32} - \hat{p}_{33} = -0,6032677$          | $\hat{p}_{51} - \hat{p}_{52} = 1,1924742$          |
| $\hat{p}_{14} - \hat{p}_{15} = 1,0257831$          | $\hat{p}_{33} - \hat{p}_{34} = 0,2011364$           | $\hat{p}_{52} - \hat{p}_{53} = 1,0741351$          |
| $\hat{p}_{15} - \hat{p}_{16} = -0,8618217$         | $\hat{p}_{34} - \hat{p}_{35} = -0,1358094$          | $\hat{p}_{53} - \hat{p}_{54} = -2,0809640$         |
| $\hat{p}_{16} - \hat{p}_{17} = -0,3110400$         | $\hat{p}_{35} - \hat{p}_{36} = 0,4994225$           | $\hat{p}_{54} - \hat{p}_{55} = 1,7502789$          |
| $\hat{p}_{17} - \hat{p}_{18} = -0,1480002$         | $\hat{p}_{36} - \hat{p}_{37} = -0,5345657$          | $\hat{p}_{55} - \hat{p}_{56} = 0,8129621$          |
| $\hat{p}_{18} - \hat{p}_{19} = 0,5198798$          | $\hat{p}_{37} - \hat{p}_{38} = 1,8235357$           | $\hat{p}_{56} - \hat{p}_{57} = -3,5896359$         |
| $\hat{p}_{19} - \hat{p}_{20} = -0,6723470$         | $\hat{p}_{38} - \hat{p}_{39} = -0,4466524$          |                                                    |

<sup>16</sup> Με έντονους χαρακτήρες σημειώνουμε τις ετερόσημες μεταξύ των πινάκων 3, 4 αριθμητικές τιμές

**Πίνακας 4.** Πρωτεύουσες επιδράσεις

|                                                     |                                                     |                                                     |
|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|-----------------------------------------------------|
| $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0,0565580$                | $\hat{p}_{20} - \hat{p}_{21} = \mathbf{0,0103270}$  | $\hat{p}_{39} - \hat{p}_{40} = -0,0645360$          |
| $\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = 0,1102510$                 | $\hat{p}_{21} - \hat{p}_{22} = 0,1638720$           | $\hat{p}_{40} - \hat{p}_{41} = 0,0302760$           |
| $\hat{p}_3 - \hat{p}_4 = -0,8354510$                | $\hat{p}_{22} - \hat{p}_{23} = -0,1974110$          | $\hat{p}_{41} - \hat{p}_{42} = -0,1549060$          |
| $\hat{p}_4 - \hat{p}_5 = 0,8138050$                 | $\hat{p}_{23} - \hat{p}_{24} = 0,0914580$           | $\hat{p}_{42} - \hat{p}_{43} = 0,1032440$           |
| $\hat{p}_5 - \hat{p}_6 = -0,1142290$                | $\hat{p}_{24} - \hat{p}_{25} = -0,0732290$          | $\hat{p}_{43} - \hat{p}_{44} = 0,0766210$           |
| $\hat{p}_6 - \hat{p}_7 = 0,0781470$                 | $\hat{p}_{25} - \hat{p}_{26} = 0,1427590$           | $\hat{p}_{44} - \hat{p}_{45} = 0,1258206$           |
| $\hat{p}_7 - \hat{p}_8 = 0,0396610$                 | $\hat{p}_{26} - \hat{p}_{27} = -0,0698740$          | $\hat{p}_{45} - \hat{p}_{46} = \mathbf{-0,0194929}$ |
| $\hat{p}_8 - \hat{p}_9 = -0,1292050$                | $\hat{p}_{27} - \hat{p}_{28} = -0,0283890$          | $\hat{p}_{46} - \hat{p}_{47} = -0,4080157$          |
| $\hat{p}_9 - \hat{p}_{10} = 0,0791440$              | $\hat{p}_{28} - \hat{p}_{29} = 0,1211950$           | $\hat{p}_{47} - \hat{p}_{48} = 0,0980070$           |
| $\hat{p}_{10} - \hat{p}_{11} = \mathbf{-0,0095960}$ | $\hat{p}_{29} - \hat{p}_{30} = -0,0367010$          | $\hat{p}_{48} - \hat{p}_{49} = 0,0580880$           |
| $\hat{p}_{11} - \hat{p}_{12} = -0,0376410$          | $\hat{p}_{30} - \hat{p}_{31} = \mathbf{-0,0082380}$ | $\hat{p}_{49} - \hat{p}_{50} = -0,2772840$          |
| $\hat{p}_{12} - \hat{p}_{13} = 0,0291390$           | $\hat{p}_{31} - \hat{p}_{32} = -0,0724760$          | $\hat{p}_{50} - \hat{p}_{51} = -0,1434170$          |
| $\hat{p}_{13} - \hat{p}_{14} = -0,0397270$          | $\hat{p}_{32} - \hat{p}_{33} = -0,1671650$          | $\hat{p}_{51} - \hat{p}_{52} = 0,2624470$           |
| $\hat{p}_{14} - \hat{p}_{15} = 0,1889027$           | $\hat{p}_{33} - \hat{p}_{34} = 0,0605720$           | $\hat{p}_{52} - \hat{p}_{53} = 0,2813290$           |
| $\hat{p}_{15} - \hat{p}_{16} = -0,1487527$          | $\hat{p}_{34} - \hat{p}_{35} = -0,0538930$          | $\hat{p}_{53} - \hat{p}_{54} = -0,5123140$          |
| $\hat{p}_{16} - \hat{p}_{17} = -0,0781080$          | $\hat{p}_{35} - \hat{p}_{36} = 0,1046410$           | $\hat{p}_{54} - \hat{p}_{55} = 0,4150160$           |
| $\hat{p}_{17} - \hat{p}_{18} = -0,0053870$          | $\hat{p}_{36} - \hat{p}_{37} = -0,0845580$          | $\hat{p}_{55} - \hat{p}_{56} = 0,1229020$           |
| $\hat{p}_{18} - \hat{p}_{19} = 0,0939880$           | $\hat{p}_{37} - \hat{p}_{38} = 0,3703360$           | $\hat{p}_{56} - \hat{p}_{57} = -0,8408460$          |
| $\hat{p}_{19} - \hat{p}_{20} = -0,1391750$          | $\hat{p}_{38} - \hat{p}_{39} = -0,0926320$          |                                                     |

Οι παραπάνω πίνακες μας δείχνουν ότι υπάρχουν τέσσερις περιπτώσεις όπου οι πρωτεύουσες επιδράσεις είναι ετερόσημες των συνολικών. Ουσιαστικά αυτό σημαίνει ότι σε έναν κόσμο παραγωγής εμπορευμάτων μέσω εμπορευμάτων δεν μπορούμε να αποφανθούμε για την κίνηση των σχετικών τιμών όλων των εμπορευμάτων, δηλαδή για το πρόσημο του όρου  $\hat{p}_i - \hat{p}_j$ , βάσει του προσήμου των πρωτεύουσών επιδράσεων. Αποδεικνύουμε λοιπόν και εμπειρικά πως δεν μπορούμε να φτάσουμε *a priori* σε ένα μονοσήμαντο συμπέρασμα για όλα τα εμπορεύματα ή, αλλιώς, ότι όντως υφίστανται περιπτώσεις όπου οι δευτερεύουσες επιδράσεις έχουν ιδιαίτερη βαρύτητα στον καθορισμό της κίνησης των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων.

Στον επόμενο πίνακα παρουσιάζονται τα αποτελέσματα κατά τον υπολογισμό της σχετικής συμβολής της πρωτεύουσας επίδρασης. Τα αποτελέσματα μας δείχνουν σε τι ποσοστό οι πρωτεύουσες επιδράσεις είναι ικανές να ερμηνεύσουν την αριθμητική τιμή της διαφοράς των ποσοστιαίων ρυθμών μεταβολής των τιμών ( $\hat{p}_i - \hat{p}_j$ ) δύο οποιωνδήποτε εμπορευμάτων, η οποία προκύπτει από τις συνολικές επιδράσεις.

**Πίνακας 5.** Σχετική συμβολή πρωτεύουσας επίδρασης <sup>17</sup>, <sup>18</sup>

|                |                |               |
|----------------|----------------|---------------|
| 17,56%         | <b>-21,85%</b> | 10,59%        |
| 20,76%         | 18,30%         | 7,39%         |
| 24,44%         | 18,60%         | 20,76%        |
| 26,10%         | 19,34%         | 22,49%        |
| 28,86%         | 22,75%         | 16,05%        |
| 16,77%         | 20,93%         | 79,14%        |
| 114,19%        | 16,35%         | <b>-2,00%</b> |
| 24,34%         | 35,76%         | 14,28%        |
| 31,13%         | 16,00%         | 60,82%        |
| <b>-19,47%</b> | 5,81%          | 9,05%         |
| 28,65%         | <b>-4,16%</b>  | 25,84%        |
| 19,24%         | 32,35%         | 20,57%        |
| 19,09%         | 27,71%         | 22,01%        |
| 18,42%         | 30,11%         | 26,19%        |
| 17,26%         | 39,68%         | 24,62%        |
| 25,11%         | 20,95%         | 23,71%        |
| 3,64%          | 15,82%         | 15,12%        |
| 18,08%         | 20,31%         | 23,42%        |
| 20,70%         | 20,74%         |               |

Από τον παραπάνω πίνακα φαίνεται ξεκάθαρα ότι οι πρωτεύουσες επιδράσεις α) δεν μπορούν να καθορίσουν την κίνηση των σχετικών τιμών όλων των εμπορευμάτων και β) μπορούν να ερμηνεύσουν την αριθμητική τιμή της διαφοράς των ποσοστιαίων ρυθμών μεταβολής των τιμών ( $\hat{p}_i - \hat{p}_j$ ) δύο οποιονδήποτε εμπορευμάτων μόνο κατά ένα μικρό μέρος (η σχετική συμβολή της πρωτεύουσας επίδρασης είναι, στις περισσότερες περιπτώσεις, μάλλον χαμηλή). Συνεπώς μέσω του υπολογισμού της σχετικής συμβολής της πρωτεύουσας επίδρασης επιβεβαιώνεται το συμπέρασμα του ιδιαίτερα σημαντικού ρόλου που έχουν οι δευτερεύουσες επιδράσεις στο να καθορίζουν την κίνηση των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων. Επίσης διαφαίνεται η ικανότητα αυτών να ερμηνεύουν την προαναφερόμενη αριθμητική τιμή της διαφοράς, άλλοτε σε μικρότερο και άλλοτε σε μεγαλύτερο βαθμό.

<sup>17</sup> Ο πίνακας 5 είναι κατ' αντιστοιχία των πινάκων 3 και 4

<sup>18</sup> Με έντονους χαρακτήρες σημειώνουμε τα ποσοστά τα οποία προέκυψαν από τις ετερόσημες αριθμητικές τιμές των πρωτευουσών και συνολικών επιδράσεων (πίνακες 3,4).

- **Άμεσες και Άμεσες και Έμμεσες Επιδράσεις**

Όπως έχουμε ήδη αναφέρει, για να προσδιορίσουμε και να διαχωρίσουμε τις άμεσες και άμεσες & έμμεσες επιδράσεις, εφαρμόζουμε τις σχέσεις (19) και (20). Έτσι λοιπόν στον Πίνακα 6 παρουσιάζονται οι αριθμητικές τιμές των άμεσων επιδράσεων και στον Πίνακα 7 εκείνες των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων.<sup>19</sup>

**Πίνακας 6 . Άμεσες επιδράσεις**

|                                            |                                            |                                            |
|--------------------------------------------|--------------------------------------------|--------------------------------------------|
| $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0,0565584$       | $\hat{p}_{20} - \hat{p}_{21} = 0,0103264$  | $\hat{p}_{39} - \hat{p}_{40} = -0,0645361$ |
| $\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = 0,1102530$        | $\hat{p}_{21} - \hat{p}_{22} = 0,1638720$  | $\hat{p}_{40} - \hat{p}_{41} = 0,0302753$  |
| $\hat{p}_3 - \hat{p}_4 = -0,8354580$       | $\hat{p}_{22} - \hat{p}_{23} = -0,1974110$ | $\hat{p}_{41} - \hat{p}_{42} = -0,1549050$ |
| $\hat{p}_4 - \hat{p}_5 = 0,8138110$        | $\hat{p}_{23} - \hat{p}_{24} = 0,0914578$  | $\hat{p}_{42} - \hat{p}_{43} = 0,1032440$  |
| $\hat{p}_5 - \hat{p}_6 = -0,1142300$       | $\hat{p}_{24} - \hat{p}_{25} = -0,0732294$ | $\hat{p}_{43} - \hat{p}_{44} = 0,0766188$  |
| $\hat{p}_6 - \hat{p}_7 = 0,0781475$        | $\hat{p}_{25} - \hat{p}_{26} = 0,1427600$  | $\hat{p}_{44} - \hat{p}_{45} = 0,1258260$  |
| $\hat{p}_7 - \hat{p}_8 = 0,0396577$        | $\hat{p}_{26} - \hat{p}_{27} = -0,0698700$ | $\hat{p}_{45} - \hat{p}_{46} = -0,0194947$ |
| $\hat{p}_8 - \hat{p}_9 = -0,1292050$       | $\hat{p}_{27} - \hat{p}_{28} = -0,0283891$ | $\hat{p}_{46} - \hat{p}_{47} = -0,4080130$ |
| $\hat{p}_9 - \hat{p}_{10} = 0,0791455$     | $\hat{p}_{28} - \hat{p}_{29} = 0,1212010$  | $\hat{p}_{47} - \hat{p}_{48} = 0,0980129$  |
| $\hat{p}_{10} - \hat{p}_{11} = -0,0095942$ | $\hat{p}_{29} - \hat{p}_{30} = -0,0367066$ | $\hat{p}_{48} - \hat{p}_{49} = 0,0580804$  |
| $\hat{p}_{11} - \hat{p}_{12} = -0,0376452$ | $\hat{p}_{30} - \hat{p}_{31} = -0,0082416$ | $\hat{p}_{49} - \hat{p}_{50} = -0,2772840$ |
| $\hat{p}_{12} - \hat{p}_{13} = 0,0291439$  | $\hat{p}_{31} - \hat{p}_{32} = -0,0724787$ | $\hat{p}_{50} - \hat{p}_{51} = -0,1434170$ |
| $\hat{p}_{13} - \hat{p}_{14} = -0,0397189$ | $\hat{p}_{32} - \hat{p}_{33} = -0,1671650$ | $\hat{p}_{51} - \hat{p}_{52} = 0,2624470$  |
| $\hat{p}_{14} - \hat{p}_{15} = 0,0188903$  | $\hat{p}_{33} - \hat{p}_{34} = 0,0605724$  | $\hat{p}_{52} - \hat{p}_{53} = 0,2813320$  |
| $\hat{p}_{15} - \hat{p}_{16} = -0,1487530$ | $\hat{p}_{34} - \hat{p}_{35} = -0,0538930$ | $\hat{p}_{53} - \hat{p}_{54} = -0,5123120$ |
| $\hat{p}_{16} - \hat{p}_{17} = -0,0781149$ | $\hat{p}_{35} - \hat{p}_{36} = 0,1046400$  | $\hat{p}_{54} - \hat{p}_{55} = 0,4150120$  |
| $\hat{p}_{17} - \hat{p}_{18} = -0,0053882$ | $\hat{p}_{36} - \hat{p}_{37} = -0,0845582$ | $\hat{p}_{55} - \hat{p}_{56} = 0,1229040$  |
| $\hat{p}_{18} - \hat{p}_{19} = 0,0939892$  | $\hat{p}_{37} - \hat{p}_{38} = 0,3703360$  | $\hat{p}_{56} - \hat{p}_{57} = -0,8408420$ |
| $\hat{p}_{19} - \hat{p}_{20} = -0,1391800$ | $\hat{p}_{38} - \hat{p}_{39} = -0,0926358$ |                                            |

<sup>19</sup> Με έντονους χαρακτήρες σημειώνουμε τις ετερόσημες μεταξύ των πινάκων 6, 7 αριθμητικές τιμές

Πίνακας 7. Άμεσες & έμμεσες επιδράσεις

|                                            |                                                    |                                                    |
|--------------------------------------------|----------------------------------------------------|----------------------------------------------------|
| $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 = -0,1133730$       | $\hat{p}_{20} - \hat{p}_{21} = 0,0043320$          | $\hat{p}_{39} - \hat{p}_{40} = -0,1897160$         |
| $\hat{p}_2 - \hat{p}_3 = 0,2167910$        | $\hat{p}_{21} - \hat{p}_{22} = 0,3334760$          | $\hat{p}_{40} - \hat{p}_{41} = 0,1117740$          |
| $\hat{p}_3 - \hat{p}_4 = -1,4824300$       | $\hat{p}_{22} - \hat{p}_{23} = -0,3974780$         | $\hat{p}_{41} - \hat{p}_{42} = -0,3042290$         |
| $\hat{p}_4 - \hat{p}_5 = 1,4056600$        | $\hat{p}_{23} - \hat{p}_{24} = 0,1809680$          | $\hat{p}_{42} - \hat{p}_{43} = 0,1925860$          |
| $\hat{p}_5 - \hat{p}_6 = -0,1893620$       | $\hat{p}_{24} - \hat{p}_{25} = -0,1386430$         | $\hat{p}_{43} - \hat{p}_{44} = 0,1524880$          |
| $\hat{p}_6 - \hat{p}_7 = 0,1645520$        | $\hat{p}_{25} - \hat{p}_{26} = 0,2792920$          | $\hat{p}_{44} - \hat{p}_{45} = 0,1778420$          |
| $\hat{p}_7 - \hat{p}_8 = 0,0491994$        | $\hat{p}_{26} - \hat{p}_{27} = -0,1491780$         | $\hat{p}_{45} - \hat{p}_{46} = \mathbf{0,0811524}$ |
| $\hat{p}_8 - \hat{p}_9 = -0,2271090$       | $\hat{p}_{27} - \hat{p}_{28} = -0,0532803$         | $\hat{p}_{46} - \hat{p}_{47} = -0,8756770$         |
| $\hat{p}_9 - \hat{p}_{10} = 0,1270670$     | $\hat{p}_{28} - \hat{p}_{29} = 0,2581130$          | $\hat{p}_{47} - \hat{p}_{48} = 0,1327660$          |
| $\hat{p}_{10} - \hat{p}_{11} = -0,0028218$ | $\hat{p}_{29} - \hat{p}_{30} = -0,1535020$         | $\hat{p}_{48} - \hat{p}_{49} = 0,1851750$          |
| $\hat{p}_{11} - \hat{p}_{12} = -0,0649819$ | $\hat{p}_{30} - \hat{p}_{31} = \mathbf{0,0458650}$ | $\hat{p}_{49} - \hat{p}_{50} = -0,4854860$         |
| $\hat{p}_{12} - \hat{p}_{13} = 0,0606262$  | $\hat{p}_{31} - \hat{p}_{32} = -0,1258900$         | $\hat{p}_{50} - \hat{p}_{51} = -0,2826210$         |
| $\hat{p}_{13} - \hat{p}_{14} = -0,0825339$ | $\hat{p}_{32} - \hat{p}_{33} = -0,2756370$         | $\hat{p}_{51} - \hat{p}_{52} = 0,4945650$          |
| $\hat{p}_{14} - \hat{p}_{15} = 0,4159270$  | $\hat{p}_{33} - \hat{p}_{34} = 0,0960342$          | $\hat{p}_{52} - \hat{p}_{53} = 0,4805840$          |
| $\hat{p}_{15} - \hat{p}_{16} = -0,3374280$ | $\hat{p}_{34} - \hat{p}_{35} = -0,0800610$         | $\hat{p}_{53} - \hat{p}_{54} = -0,9103130$         |
| $\hat{p}_{16} - \hat{p}_{17} = -0,1397990$ | $\hat{p}_{35} - \hat{p}_{36} = 0,1995250$          | $\hat{p}_{54} - \hat{p}_{55} = 0,7540060$          |
| $\hat{p}_{17} - \hat{p}_{18} = -0,0349208$ | $\hat{p}_{36} - \hat{p}_{37} = -0,1917430$         | $\hat{p}_{55} - \hat{p}_{56} = 0,2633540$          |
| $\hat{p}_{18} - \hat{p}_{19} = 0,1957190$  | $\hat{p}_{37} - \hat{p}_{38} = 0,7259390$          | $\hat{p}_{56} - \hat{p}_{57} = -1,5063300$         |
| $\hat{p}_{19} - \hat{p}_{20} = -0,2702120$ | $\hat{p}_{38} - \hat{p}_{39} = -0,1764100$         |                                                    |

Όσον αφορά τους παραπάνω πίνακες, φαίνεται ότι μόνο σε δύο περιπτώσεις οι άμεσες επιδράσεις είναι ετερόσημες των άμεσων & έμμεσων. Το γεγονός αυτό μας υποδεικνύει ότι οι άμεσες επιδράσεις δεν μπορούν να μας δώσουν την πληροφορία σχετικά με την κίνηση των σχετικών τιμών όλων των εμπορευμάτων. Οι έμμεσες επιδράσεις λοιπόν παίζουν ιδιαίτερο ρόλο στον καθορισμό της κίνησης των σχετικών τιμών αυτών.

Για να έχουμε όμως μια πληρέστερη εικόνα συνεχίζουμε υπολογίζοντας την σχετική συμβολή των άμεσων επιδράσεων, δηλαδή τον λόγο [άμεσες / άμεσες & έμμεσες επιδράσεις] % (Πίνακας 8). Επίσης συγκρίνουμε τις άμεσες & έμμεσες επιδράσεις με τις συνολικές (Πίνακας 9) για να μπορέσουμε να εκτιμήσουμε την πιθανή απώλεια πληροφορίας που υπάρχει, όταν κατά τον υπολογισμό των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων παίρνουμε το ανάπτυγμα της αντίστροφης μήτρας του συστήματος,  $[\mathbf{I} - \mathbf{\Theta}_K]^{-1}$ , μέχρι τον τρίτο προσθετικό όρο (σχέση (20)).



**Πίνακας 8.** Σχετική συμβολή άμεσων επιδράσεων (άμεσες / άμεσες & έμμεσες επιδράσεις) % <sup>20</sup>, <sup>21</sup>

|         |                |                |
|---------|----------------|----------------|
| 49,89%  | 238,37%        | 34,02%         |
| 50,86%  | 49,14%         | 27,09%         |
| 56,36%  | 49,67%         | 50,92%         |
| 57,90%  | 50,54%         | 53,61%         |
| 60,32%  | 52,82%         | 50,25%         |
| 47,49%  | 51,11%         | 70,75%         |
| 80,61%  | 46,84%         | <b>-24,02%</b> |
| 56,89%  | 53,28%         | 46,59%         |
| 62,29%  | 46,96%         | 73,82%         |
| 340,01% | 23,91%         | 31,37%         |
| 57,93%  | <b>-17,97%</b> | 57,11%         |
| 48,07%  | 57,57%         | 50,75%         |
| 48,12%  | 60,65%         | 53,07%         |
| 4,54%   | 63,07%         | 58,54%         |
| 44,08%  | 67,31%         | 56,28%         |
| 55,88%  | 52,44%         | 55,04%         |
| 15,43%  | 44,10%         | 46,67%         |
| 48,02%  | 51,01%         | 55,82%         |
| 51,51%  | 52,51%         |                |

Ο παραπάνω πίνακας καταρχήν μας δείχνει ότι οι άμεσες επιδράσεις δεν μπορούν να προσδιορίσουν την κίνηση των σχετικών τιμών όλων των εμπορευμάτων. Αυτό αποδεικνύεται από την ύπαρξη αρνητικών ποσοστών, τα οποία προέκυψαν από τις ετερόσημες αριθμητικές τιμές των πινάκων 6 και 7. Μας δείχνει επίσης ότι οι άμεσες επιδράσεις μπορούν να ερμηνεύσουν μόνο κατά ένα μέρος την αριθμητική τιμή (της διαφοράς των ποσοστιαίων ρυθμών μεταβολής των τιμών ( $\hat{p}_i - \hat{p}_j$ ) δύο οποιωνδήποτε εμπορευμάτων) των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων. Η σχετική συμβολή των άμεσων επιδράσεων είναι άλλοτε χαμηλή άλλοτε υψηλή. Συνεπώς οι άμεσες επιδράσεις μπορούν να ερμηνεύσουν την αριθμητική τιμή της διαφοράς αυτής άλλοτε σε μικρότερο και άλλοτε σε μεγαλύτερο βαθμό. Οι έμμεσες επιδράσεις είναι εκείνες που ολοκληρώνουν την εικόνα μας για την αριθμητική τιμή αυτή.

<sup>20</sup> Ο πίνακας 8 είναι κατ' αντιστοιχία των πινάκων 6 και 7

<sup>21</sup> Με έντονους χαρακτήρες σημειώνουμε τα ποσοστά τα οποία προέκυψαν από τις ετερόσημες αριθμητικές τιμές των άμεσων και άμεσων & έμμεσων επιδράσεων.

**Πίνακας 9.** Σύγκριση άμεσων & έμμεσων επιδράσεων με τις συνολικές (άμεσες & έμμεσες / συνολικές επιδράσεις) %<sup>22</sup>

|               |               |         |
|---------------|---------------|---------|
| 35,19%        | <b>-9,17%</b> | 31,14%  |
| 40,82%        | 37,24%        | 27,28%  |
| 43,37%        | 37,46%        | 40,76%  |
| 45,09%        | 38,26%        | 41,96%  |
| 47,85%        | 43,07%        | 31,95%  |
| 35,32%        | 40,95%        | 111,87% |
| 141,65%       | 34,91%        | 8,32%   |
| 42,78%        | 67,11%        | 30,65%  |
| 49,99%        | 34,07%        | 82,40%  |
| <b>-5,73%</b> | 24,28%        | 28,85%  |
| 49,46%        | 23,14%        | 45,24%  |
| 40,03%        | 56,20%        | 40,53%  |
| 39,66%        | 45,69%        | 41,47%  |
| 40,55%        | 47,75%        | 44,74%  |
| 39,15%        | 58,95%        | 43,74%  |
| 44,95%        | 39,95%        | 43,08%  |
| 23,60%        | 35,87%        | 32,39%  |
| 37,65%        | 39,81%        | 41,96%  |
| 40,19%        | 39,50%        |         |

Στον πίνακα που προηγείται συγκρίνουμε τις άμεσες & έμμεσες επιδράσεις με τις συνολικές, παίρνοντας τον λόγο (άμεσες & έμμεσες / συνολικές επιδράσεις) %. Παρατηρούμε ότι οι άμεσες & έμμεσες επιδράσεις αποτελούν ένα μέρος των συνολικών επιδράσεων, δηλαδή, οι αριθμητικές τιμές των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων απέχουν από τις συνολικές. Αυτή η παρατήρηση σημαίνει ότι, κατά τον υπολογισμό των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων (σχέση (20)) και παίρνοντας την μήτρα  $[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} = \mathbf{I} + \Theta_K + (\Theta_K)^2 + (\Theta_K)^3 + \dots$  μέχρι τον τρίτο προσθετικό όρο, δηλαδή μέχρι το  $(\Theta_K)^2$ ,  $\{[\mathbf{I} - \Theta_K]^{-1} \approx \mathbf{I} + \Theta_K + (\Theta_K)^2\}$ , υπάρχει απώλεια πληροφορίας. Όσο περισσότερους όρους προσθέτουμε στο ανάπτυγμα της αντίστροφης μήτρας του συστήματος, τόσο περισσότερο οι άμεσες & έμμεσες επιδράσεις θα προσεγγίζουν τις συνολικές. Γνωρίζοντας λοιπόν ότι οι άμεσες & έμμεσες επιδράσεις αποτελούν μόνο ένα μέρος των συνολικών επιδράσεων, δεν μπορούμε να τις λάβουμε υπόψη για να μετρήσουμε την διαφορά ανάμεσα στους ποσοστιαίους ρυθμούς μεταβολής των τιμών δύο οποιονδήποτε εμπορευμάτων. Βέβαια, όσο μεγαλύτερο είναι το ποσοστό [(άμεσες & έμμεσες / συνολικές

<sup>22</sup> Ο πίνακας 9 είναι κατ' αντιστοιχία των πινάκων 3 και 7

επιδράσεις) % ], τόσο μικρότερη είναι η απώλεια πληροφορίας, ενώ όσο μικρότερο είναι το ποσοστό τόσο μεγαλύτερη η απώλεια της πληροφορίας. Παρατηρώντας επίσης τον πίνακα καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι οι άμεσες & έμμεσες επιδράσεις δεν μπορούν να μας δώσουν την πληροφορία σχετικά με την κίνηση των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων και αυτό γιατί δεν είναι όλες οι αριθμητικές τιμές μεταξύ των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων και των συνολικών ομόσημες. Υπάρχουν δύο εξαιρέσεις, οι οποίες μας αποτρέπουν να γνωρίζουμε την κίνηση των σχετικών τιμών για όλα τα εμπορεύματα.

#### 4. Συμπεράσματα

Στην παρούσα εργασία δείξαμε πώς δύναται να διερευνηθεί εμπειρικά η σχέση ανάμεσα σε υποθετικές μεταβολές των τομεακών συνολικών παραγωγικότητων και στις επακόλουθες μεταβολές των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων, με αμετάβλητα τα τομεακά ποσοστά κέρδους, βάσει των πινάκων εισροών – εκροών της Γερμανικής οικονομίας για το έτος 2002. Στο πρώτο μέρος της εργασίας παρουσιάσαμε το υπόδειγμα πάνω στο οποίο στηριχτήκαμε για να διερευνήσουμε την σχέση που υπάρχει ανάμεσα στις εν λόγω μεταβολές. Στο δεύτερο μέρος αναλύσαμε εμπειρικά το υπόδειγμα, η εφαρμογή του οποίου έδειξε πως στα πλαίσια πραγματικών οικονομικών συστημάτων δεν υφίσταται μία αμφιμονοσήμαντη σχέση ανάμεσα στις μεταβολές των τομεακών συνολικών παραγωγικότητων και στις μεταβολές των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων.

Αναλυτικότερα, η εμπειρική ανάλυση έδειξε ότι οι πρωτεύουσες επιδράσεις δεν μπορούν να μας δώσουν το σύνολο της πληροφορίας για την κίνηση των σχετικών τιμών όλων των εμπορευμάτων. Επίσης δεν μπορούν να ερμηνεύσουν σε μεγάλο ποσοστό την αριθμητική τιμή της διαφοράς των ποσοστιαίων ρυθμών μεταβολής των τιμών ( $\hat{p}_i - \hat{p}_j$ ) δύο οποιονδήποτε εμπορευμάτων, η οποία είναι το αποτέλεσμα των συνολικών επιδράσεων. Αποτυπώνεται δηλαδή η ιδιαίτερη βαρύτητα των δευτερευουσών επιδράσεων τόσο στον καθορισμό της κίνησης των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων όσο και στην ερμηνεία των συνολικών επιδράσεων.

Καταλήξαμε επίσης στο συμπέρασμα ότι ούτε οι άμεσες επιδράσεις μπορούν να δώσουν *a priori* ένα μονοσήμαντο συμπέρασμα για την κίνηση των σχετικών τιμών για όλα τα εμπορεύματα. Η σχετική συμβολή των άμεσων επιδράσεων μας έδειξε επίσης ότι οι άμεσες επιδράσεις ερμηνεύουν τις άμεσες & έμμεσες επιδράσεις άλλοτε σε μικρότερο και άλλοτε σε μεγαλύτερο βαθμό. Οι έμμεσες επιδράσεις δηλαδή κατέχουν πολύ σημαντικό ρόλο στον καθορισμό της κίνησης των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων και στην ερμηνεία του συνολικού αποτελέσματος των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων.

Τέλος συγκρίναμε τις άμεσες & έμμεσες επιδράσεις με τις συνολικές και διαπιστώσαμε ότι η απώλεια πληροφορίας που προκύπτει είναι διπλή, δηλαδή από την μια οι άμεσες & έμμεσες επιδράσεις δεν μπορούν να μας βοηθήσουν στον καθορισμό της κίνησης των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων αφού υφίστανται

ετερόσημες αριθμητικές τιμές ανάμεσα στις άμεσες & έμμεσες επιδράσεις και στις συνολικές, και από την άλλη οι αριθμητικές τιμές των άμεσων & έμμεσων επιδράσεων απέχουν από τις συνολικές. Για να αποτελούν οι άμεσες & έμμεσες επιδράσεις έναν καλό δείκτη ώστε να έχουμε όσο το δυνατόν μικρότερη απώλεια πληροφορίας, να προσεγγίζουν δηλαδή οι άμεσες & έμμεσες επιδράσεις την αριθμητική τιμή των συνολικών, θα πρέπει να πάρουμε ένα όσο το δυνατόν περισσότερο εκτεταμένο ανάπτυγμα της αντίστροφης μήτρας του συστήματος.

Συμπερασματικά, η κατεύθυνση της κίνησης των σχετικών τιμών των εμπορευμάτων δεν μπορεί να προλεχθεί ούτε καν στην περίπτωση που υφίσταται ένας διατομεακά ενιαίος ποσοστιαίος ρυθμός μεταβολής της συνολικής παραγωγικότητας. Δείξαμε δηλαδή ότι όχι μόνον θεωρητικά αλλά και στα πλαίσια πραγματικών οικονομικών συστημάτων δεν υφίσταται, στη γενική περίπτωση, μονοσήμαντη σχέση ανάμεσα στις σχετικές μακροχρόνιες τιμές των εμπορευμάτων και τις τομεακές συνολικές παραγωγικότητες των συντελεστών παραγωγής.

## ΑΝΑΦΟΡΕΣ

- Balassa, B. (1964) The purchasing power parity doctrine: a reappraisal, *Journal of Political Economy*, 72, pp. 584-594.
- Casler, S. (2004) Input-Output Analysis, *Encyclopedia of Energy, Volume 3.* , pp 459-474.
- De Grauwe, P. (2001) *Τα Οικονομικά της Νομισματικής Ένωσης*, Αθήνα, Παπαζήσης
- Krugman, P. , Obstfeld, M. (2003) *Διεθνή Οικονομική Θεωρία και Πολιτική*, Τόμος Β, Κριτική
- Λίβας, Π. (1994) *Ανάλυση εισροών-εκροών*, Αθήνα – Πειραιάς, Α. Σταμούλης
- Μαριόλης, Θ. (2008), Μεταβολές στις τομεακές συνολικές παραγωγικότητες των συντελεστών παραγωγής και μεταβολές στις σχετικές τιμές των εμπορευμάτων: Θεωρία και εφαρμογή, *Εσωτερική Έκθεση*, Τμήμα Δημόσιας Διοίκησης, Πάντειο Πανεπιστήμιο, Νοέμβριος 2008
- Mariolis, T. (2008) Heterogeneous capital goods and the Harrod-Balassa-Samuelson effect, *Metroeconomica*, 59, pp. 238-248.
- Miller, R. E. and Blair, P. D. (1985) *Input-Output Analysis: Foundations and Extensions* (New Jersey: Prentice Hall).
- Obstfeld M. and Rogoff K. (1998) *Foundations of International Macroeconomics*, (Cambridge: MIT Press)
- Ochoa, E. (1989), Value, prices and wage – profit curves in the U.S. economy, *Cambridge Journal of Economics*, vol. 13, pp. 413-430
- Sraffa, P. (1960) *Production of Commodities by Means of Commodities. Prelude to a Critique of Economic Theory* (Cambridge: Cambridge University Press).

## Ιστοσελίδες

<http://epp.eurostat.ec.europa.eu>

## **ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ**